



# Lochkamera

## Berechnung einer Lochkamera

Eine Lochkamera ist eine einfache Kamera. Licht, welches durch ein kleines Loch (Pinhole) in einen ansonsten lichtdichten Korpus fällt, erzeugt auf der Rückwand des Korpus ein auf dem Kopf stehendes und seitenverkehrtes Bild. Das auf der gegenüberliegenden Innenseite entstehende reelle Bild lässt sich auf lichtempfindlichem Material (Fotopapier oder Film) festhalten. Besteht die Bildseite aus transparentem Material (Mattscheibe), kann man das Bild von außen betrachten.

### 1. Das Beugungsscheibchen (Beugungsringe)

Beugungsscheibchen (Beugungsringe) entstehen bei der Beugung eines Lichtstrahls an einer Blende. Ist die Blende kreisförmig, beobachtet man ein zentrales Maximum, umgeben von Ringen abnehmender Licht-Strahlungsintensität. Mathematisch wird die Beugung von Licht durch das Beugungsintegral beschrieben.

#### 1.1 Beugung an einer Kreisblende (Airy-Scheibchen)

Voraussetzung: monochromatisches Licht

Feldstärke  $E(r) = E_0 \cdot \frac{2 \cdot J_1(\pi \cdot r)}{\pi \cdot r}$

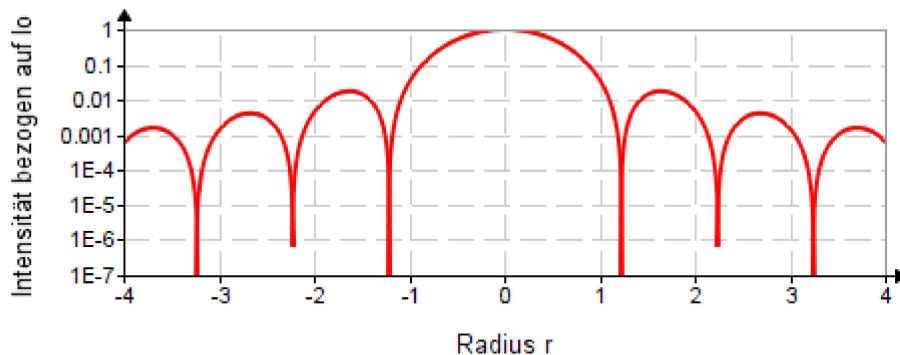
Besselfunktion erster Art  $J_1$

Lichtintensität  $I(r) = I_0 \cdot \left( \frac{2 \cdot J_1(\pi \cdot r)}{\pi \cdot r} \right)^2$

Darstellung der Lichtintensität  $I_0 := 1 \quad r := -4, -3.99 \dots 4$

$$I(r) := I_0 \cdot \left( \frac{2 \cdot J_1(\pi \cdot r)}{\pi \cdot r} \right)^2$$

Intensität in Abhängigkeit des Radius





Die Intensität geht in regelmäßigen Abständen auf Null und enthält nach außen schwächer werdende Nebenmaxima. Die Größe der zentralen Beugungsscheibe ergibt sich aus der ersten Nullstelle der Funktion.

Schätzwert der ersten Nullstelle	$r := 1$
Berechnen der Nullstelle	$r_0 := \text{root}(I(r), r) = 1.2197$
Winkeldurchmesser des Scheibenrandes	$\sin(\theta) = r_0 \cdot \frac{\lambda}{D_P}$
Lichtwellenlänge	$\lambda$
Durchmesser der Lochblende	$D_P$
	$\theta = \text{asin}\left(\frac{\lambda \cdot r_0}{D_P}\right)$

Die Größe des Beugungsscheibchens, das sich aus dem effektiven Blendendurchmesser eines optischen Systems ergibt, bestimmt das Auflösungsvermögen. Zwei Punkte lassen sich dann sicher (nach dem Rayleigh-Kriterium) trennen, wenn die Maxima ihrer Abbilder mindestens um den Radius  $r$  des Beugungsscheibchens auseinander liegen.

Bildet eine Lochblende aus dem Unendlichen mit der Bildweite  $f$  ab, hat das zentrale Beugungsscheibchen den Durchmesser  $d = 2 \cdot \theta \cdot f$

**Durchmesser des Beugungsscheibchens**

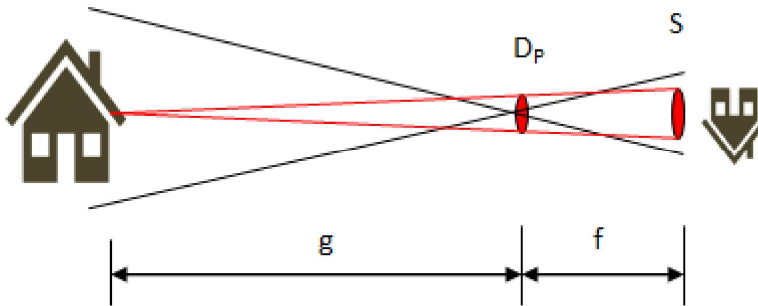
$$d = 2 \cdot f \cdot \text{asin}\left(\frac{\lambda \cdot r_0}{D_P}\right) = 2 \cdot r_0 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D_P}$$

Taylorentwicklung (1. Glied)

$$d = 2.4393 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D_P}$$



## 1.2 Zerstreungskreise an einer Lochkamera



Je kleiner der Lochdurchmesser  $D_P$  und je größer die Gegenstandsweite  $g$  des abzubildenden Objekts zum Loch ist, desto kleiner sind die Durchmesser der Zerstreungskreise  $S$ .

Strahlensatz 
$$\frac{D_P}{g} = \frac{S}{g+f}$$

Zerstreungskreisdurchmesser 
$$S = \frac{D_P}{g} \cdot (g+f)$$

Grenzwert bei einer Gegenstandsweite von Unendlich 
$$\lim_{g \rightarrow \infty} \frac{D_P}{g} \cdot (g+f) \rightarrow D_P$$

**Zerstreungskreisdurchmesser** 
$$S = D_P$$

Um ein hinreichend scharfes Bild zu erhalten, darf der Zerstreungskreisdurchmesser eine gewisse Größe nicht überschreiten. Der genaue Wert dieses maximal zulässigen Zerstreungskreisdurchmessers ist abhängig von der anschließenden Vergrößerung des Bildes und vom Betrachtungsabstand.

**Den optimalen Lochdurchmesser erhält man, wenn der Zerstreungskreisdurchmesser gleich dem Durchmesser des Beugungsscheibchens ist.**

$$2.4393 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D_P} = D_P$$

**Durchmesser der Lochblende** 
$$D_P = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\lambda \cdot r_0 \cdot f}$$

Beispielbrennweite 
$$f := 180 \cdot \text{mm}$$

$$\lambda := 555 \cdot \text{nm}$$

hoher Kontrast, hohe Schärfe 
$$D_P := \sqrt{2} \cdot \sqrt{\lambda \cdot r_0 \cdot f} = 493.647 \mu\text{m}$$

bessere Auflösung 
$$D_P := 1.9 \cdot \sqrt{\lambda \cdot f} = 600.532 \mu\text{m}$$



## 2. Tunneleffekt

Um einen Tunneleffekt zu vermeiden, sollte die Lochblende so dünn wie möglich sein. Natürlich ist das nur ein theoretischer Ansatz, da die abnehmende Festigkeit den Praxiseinsatz begrenzt. Doch je dicker die Lochblende um so mehr tritt durch die Ränder ein Vignettierungseffekt ein. Zusätzlich entstehen Kantenreflexionen. Solange der Winkel, welcher durch die Vignettierung der Lochblende auftritt, größer ist als der Bildwinkel der Lochkamera hat die Dicke keine Auswirkungen.

Lochblendendicke welche nicht überschritten werden sollte

$$h_P = D_P \cdot \frac{f}{\sqrt{a^2 + b^2} - \frac{D_P}{2}}$$

verwendetes Filmformat

$$a := 13 \text{ cm} \quad b := 18 \text{ cm}$$

**maximale Blendendicke**

$$h_P := D_P \cdot \frac{f}{\sqrt{a^2 + b^2} - \frac{D_P}{2}} = 487.498 \text{ } \mu\text{m}$$

## Dimensionierungsbeispiel für eine Lochkamera

Bildweite der Kamera

$$f := 180 \text{ mm}$$

verwendetes Filmformat

$$a := 13 \text{ cm} \quad b := 18 \text{ cm}$$

Formatverhältnis

$$V_F := \frac{a}{b} = 0.722$$

Film diagonale

$$F_D := \sqrt{a^2 + b^2} = 22.204 \text{ cm}$$

**Bildwinkel**

$$\alpha := 2 \cdot \text{atan} \left( \frac{F_D}{2 \cdot f} \right) = 63.33 \text{ deg}$$

Lochdurchmesser nach Rayleigh

$$d_{Ray} := 1.9 \cdot \sqrt{\lambda \cdot f} = 600.532 \text{ } \mu\text{m}$$

Lochdurchmesser nach Airy

$$d_{Airy} := \sqrt{2} \cdot \sqrt{\lambda \cdot r_0 \cdot f} = 493.647 \text{ } \mu\text{m}$$

**Lochdurchmesser (gewählt)**

$$d_{Hole} := 600 \cdot \mu\text{m}$$

**Blendenzahl (Blendenöffnung)**

$$k := \frac{f}{d_{Hole}} = 300$$



## Dimensionierungsbeispiel für einen Rahmensucher

Der einfache Rahmensucher besteht aus einem klappbaren großen Rahmen und einem klappbaren kleinen Rahmen (Diopter). Visiert man durch die Öffnung der Scheibe und den großen Rahmen, so sieht man den gewünschten Bildausschnitt. Die Größe des Rahmenausschnitts und der Abstand des Visierlochs vom großen Rahmen müssen entsprechend der Brennweite und dem Bildwinkel vorher festgelegt werden.

### allgemeine Vorgaben zum Rahmen

Durchmesser Diopterscheibe	$D_S := 6 \text{ mm}$
Länge des Rahmen (für Querformat)	$AB := 100 \text{ mm}$
Höhe des Rahmen (für Querformat)	$h := AB \cdot V_F = 72.2 \text{ mm}$

### Berechnung Rahmenabstand

<b>Fensterabstand</b>	$l_S := \frac{AB}{2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 81.068 \text{ mm}$
Augenabstand	$l_A := \frac{D_S}{2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 4.864 \text{ mm}$