

# Overspeeding - über das eigentümliche Tiefpaßverhalten von Schalensternanemometern

## Overspeeding measurements of cup anemometers

Westermann, Dieter; DEWI

### Summary

*This paper shows some results of overspeeding measurements of cup anemometers with various distance constants. The results are checked with the help of a simple mathematical model. The basis of the mathematical model is written in the report of Schrenk. The solution of Schrenk's model leads to a simplified differential equation which is solved numerically.*

*The model was used to calculate the overspeeding error for various distance lengths (2 m - 10 m) and turbulence intensities (0.05 - 0.25). The input windspeed for this investigation was generated by using a Shinozouka process. Artificial time series with arbitrary turbulence intensities can be obtained with this process. As the distance length of cup anemometers (3 - 6 m) is usually small, the distance constant was extended artificially. Lead was poured into the open cups of the anemometer to obtain lengths of 11 m, 16.4 m and 33.5 m. Measurements were taken to the review of the model with these modified anemometers. As a reference a similar anemometer with a distance length of 5 m was used.*

## 1. Einleitung

Seit fast 70 Jahren wird unter windmessenden Fachleuten ein Effekt diskutiert, der sich schlagwortartig mit Overspeeding bezeichnen läßt. Dabei handelt es sich um das scheinbar eigenartige Verhalten von Schalensternanemometern, in turbulenten Windfeldern einen höheren Mittelwert in der Geschwindigkeit anzuzeigen, als er in der Realität vorhanden ist. Im Jahre 1928 untersuchte Schrenk [1] diese Besonderheit mit Hilfe analytischer Methoden. Die Lösungen der Bewegungsgleichung eines Anemometers ergaben für periodische Windschwankungen (Rechteck, Sinus) Überhöhungen von 20-30%. Coppin [2] untersuchte 1980 ebenfalls mit Hilfe analytischer Lösungen das Overspeedingverhalten von unterschiedlichen Anemometern in turbulenten Windfeldern für stabile und labile Schichtung und kam zu einer Abweichung von ca. 1.3% (Turbulenzintensität ca. 15%, Weglänge 5 m). 1976 untersuchten Busch und Kristensen [3] das Overspeedingverhalten in Abhängigkeit von der Rauigkeitslänge und kamen zu Abweichungen in der Größenordnung von ca. 0.5% (Weglänge 10 m, Turbulenzintensität 18%). Die zuvor beschriebenen Ergebnisse basieren auf theoretischen Überlegungen und wurden nicht durch Messungen in realen Windfeldern belegt.

Nachfolgend wird ein numerisches Verfahren beschrieben, mit dem sich das Verhalten von Anemometern in realen Windfeldern abschätzen läßt. Aus den Ergebnissen wird eine empirische Gleichung abgeleitet, mit der sich die Überbewertung der mittleren Geschwindigkeit durch ein träges Anemometer in turbulenten Windfeldern ermitteln läßt. Die Vorhersagen werden mit real gemessenen Daten verglichen.

## 2. Vereinfachtes Anemometermodell

Die Grundlage der nachfolgenden Betrachtung ist das vereinfachte Anemometermodell, wie es bei Schrenk [1] beschrieben ist. Hierbei wird angenommen, daß sich das resultierende Moment aus der Kräftebilanz auf die beiden Halbschalen mit ihren unterschiedlichen Widerstandsbeiwerten berechnen läßt (Abb. 1). Dabei werden folgende Vereinfachungen angenommen:

- Die Widerstandsbeiwerte und damit das Moment ändern sich nicht während eines Umlaufs, d.h. das Antriebsmoment ist unabhängig von der momentanen Position der Halbschalen.
- Der Wind trifft immer horizontal auf die Halbschalen, d.h. vertikale Komponenten werden vernachlässigt.
- Die Lagerreibung wird vernachlässigt, d.h. die Antriebskraft durch die Schalen ist um Größenordnungen höher als das Bremsmoment durch die Lagerreibung.

Das vereinfachte Modell soll nur dazu dienen, prinzipiell die Bewegungsgleichung für ein Schalensternanemometer zu bestimmen. Die maßgebenden Faktoren dieser Bewegungsgleichung, abhängig vom Widerstandsbeiwert, Radius und Trägheitsmoment, lassen sich ohnehin nur experimentell bestimmen.

Unter der Annahme, daß die Windgeschwindigkeit größer als die Umfangsgeschwindigkeit ist (normaler Betriebszustand), ergeben sich die Drehmomente auf die einzelnen Schalen zu:

$$M_1 = R \cdot 0.5 \cdot r \cdot A \cdot c_{D1} \cdot (v - u)^2 \quad (1)$$

$$M_2 = R \cdot 0.5 \cdot r \cdot A \cdot c_{D2} \cdot (v + u)^2 \quad (2)$$

Das resultierende Moment ergibt sich aus der Differenz der beiden Momente. Nach einigen Umformungen und der Tatsache, daß die Umfangsgeschwindigkeit das Produkt aus Radius (R) und Winkelgeschwindigkeit ( $\omega$ ) ist, ergibt sich das resultierende Moment zu:

$C_D$  = Widerstandsbeiwert  
 A = Querschnittsfläche der Cups.

$$M = 0.5 \cdot r \cdot A \cdot R \cdot v^2 \cdot \left[ (Dc_D) - \frac{2 \cdot w \cdot R}{v} (c_{D1} + c_{D2}) + \frac{w^2 \cdot R^2}{v^2} (Dc_D) \right] \quad (3)$$

wobei  $Dc_D = c_{D1} - c_{D2}$  ist.

Mit dem Drehmomentenbeiwert  $c_M = M / (0.5 \cdot r \cdot A \cdot R \cdot v^2)$  und dem dimensionslosen Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit zu Windgeschwindigkeit  $I = w \cdot R / v$  ergibt sich der Drehmomentenbeiwert zu:

$$c_M = Dc_D - 2 \cdot I \cdot (c_{D1} + c_{D2}) + I^2 \cdot Dc_D \quad (4)$$

Für den Gleichgewichtszustand wird  $c_M = 0$ . Die Lösung dieser quadratischen Gleichung ergibt ( $c_{D1} = 1.3333$ ,  $c_{D2} = 0.3333$ )  $I = u / v = 0.33333$ . D. h. die Drehzahl verhält sich proportional zur Windgeschwindigkeit mit der Steigung 0.33333.

Abb. 2 zeigt gemessene Kennlinien von geometrisch gleichen Anemometern ( $C_{D1}=0.333$ ,  $C_{D2}=1.333$ ,  $R=0.12$  m) mit 2, 3 und 6 Halbschalen verglichen mit der theoretischen Kennlinie gemäß Gleichung 4. Trotz der starken Vereinfachungen ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung. Erwähnenswert ist auch die Tatsache, daß die Anzahl der Halbschalen fast keine Rolle auf das Verhältnis Drehzahl zu Windgeschwindigkeit hat. Gleichung 4 ist nur für den Fall gültig, daß die Windgeschwindigkeit größer als die Umfangsgeschwindigkeit ist, d.h.  $\lambda < 1$  ( $u < v$ ). Für den Fall  $\lambda > 1$  ( $u > v$ ) werden nur die konvexen Seiten der Schalen angeströmt, und eine ähnliche Betrachtung wie zuvor führt zu Gleichung 5.

$$c_M = -2 \cdot c_{D2} (I^2 + I) \quad (5)$$

Der Fall  $u > v$  ist in realen Windfeldern (Turbulenzintensität < 20 %) eher unwahrscheinlich, da sich das Anemometer immer in der Nähe des Gleichgewichtspunktes befindet, d.h.  $u \approx 0.3 \cdot v$ .

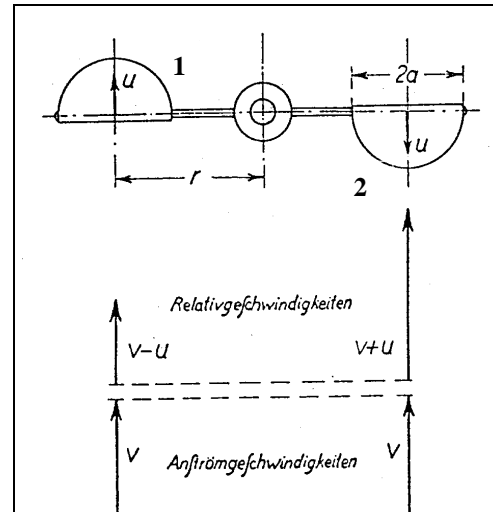


Abb. 1: Geschwindigkeitsverhältnisse am rotierenden Anemometer (nach Schrenk)

Fig. 1: Schrenks model

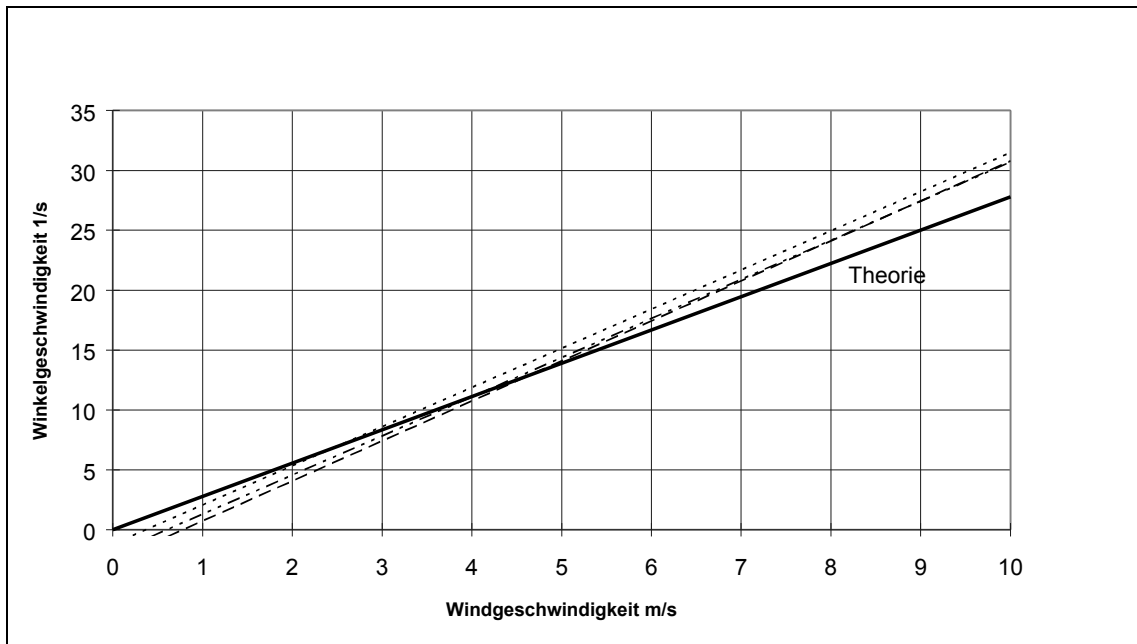


Abb. 2: Gemessenes Verhältnis von Winkelgeschwindigkeit zu Windgeschwindigkeit eines Anemometers mit 2, 3 und 6 Cups, verglichen mit der theoretischen Kennlinie ( $c_{D1}=0.333$ ,  $c_{D2}=1.333$ ,  $R=0.12$  m).

Fig. 2: Calibration results of anemometers with 2, 3 and 6 cups in comparison to theory.

### 3. Bewegungsgleichung

Das zweite Newtonsche Gesetz führt für rotierende Objekte, angewandt auf Gleichung 4 zu:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \frac{M}{J} = \frac{\mathbf{r} \cdot A \cdot R \cdot v^2}{2 \cdot J} \cdot [\mathbf{D}c_D - 2 \cdot \mathbf{I} \cdot (c_{D1} + c_{D2}) + \mathbf{I}^2 \cdot \mathbf{D}c_D] \quad (5)$$

Ausmultiplizieren und Zusammenfassen führt zu Gleichung 6:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = K_1 \cdot v^2 - K_2 \cdot v \cdot \mathbf{w} + K_3 \cdot \mathbf{w}^2 \quad (6)$$

### 4. Anemometerspezifische Konstanten

Das Antwortverhalten eines trägen Anemometers in turbulenten Windfeldern läßt sich mit Hilfe der Gleichung 6 lösen. Hierfür ist es notwendig, experimentell drei anemometerspezifische Konstanten zu bestimmen. Eine Abschätzung der Konstanten zeigt, daß der letzte Term zu ca. 10 % den zweiten Term kompensiert. Er soll deswegen vernachlässigt werden. Dies führt zu der auch von Hunter [4] u.a. benutzten Bewegungsgleichung Nr. 7.

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = K_1 \cdot v^2 - K_2 \cdot v \cdot \mathbf{w} \quad (7)$$

Die Gleichung führt durch die quadratische Abhängigkeit der Winkelbeschleunigung von der Windgeschwindigkeit bei Geschwindigkeitsänderungen zum stärkeren Ansteigen als zum Abfallen der Drehzahl und damit zum Overspeeding. Aus der vereinfachten Gleichung 7 lassen sich zwei wichtige Parameter ermitteln. Angenommen, das Anemometer befindet sich im stationären Zustand, so daß  $d\mathbf{w}/dt = 0$  ist, dann führt Gleichung 7 zu:  $\mathbf{w} = K_1/K_2 v$  (8)

Der Faktor  $K_1 / K_2$  in Gleichung 8 ist nichts anderes als der Proportionalitätsfaktor des Anemometers, der sich leicht durch eine statische Kalibrierung (z.B. im Windkanal) bestimmen läßt.

Unter der Vernachlässigung des letzten Terms in Gleichung 6 lautet die analytische Lösung der Bewegungsgleichung:

$$w(t) = w_i \left( 1 - e^{-\frac{t}{K_2 v}} \right) \quad \text{mit } t = \frac{l}{K_2 v} \quad (9)$$

Der Faktor  $K_2$  hat die Dimension 1/m und ist der Kehrwert der sogenannten Weglänge oder Wegkonstanten des Anemometers, der Länge der Windsäule, die das Anemometer passieren muß, damit es sich auf 63 % seiner Enddrehzahl einstellt. Die Weglänge läßt sich relativ einfach durch Sprungantworten in der Windgeschwindigkeit bestimmen. Auslaufversuche dagegen sind nicht geeignet, weil für diesen Fall die Gleichung 4 ihre Gültigkeit verliert.

## 5. Numerische Lösung der Bewegungsgleichung

Gleichung 8 läßt sich für reale Windfelder nur numerisch lösen. Gewählt wurde das Euler-Cauchy-Verfahren. Es approximiert die gesuchte Funktion durch ein Näherungspolygon, indem jeweils von einem Punkt ein kleiner Schritt in Richtung der Tangente gemacht wird. Die Winkelgeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $i+1$  ergibt sich dann zu:

$$w_{(ti+1)} = w_{(ti)} + (K_1 \cdot v^2 - K_2 \cdot v \cdot w) \cdot \Delta t \quad (10)$$

$i=1\dots N$ ;  $N$ =Anzahl der Zeitschritte

Für  $\Delta t \rightarrow 0$  konvergiert  $w(t)$  gegen den richtigen Wert.

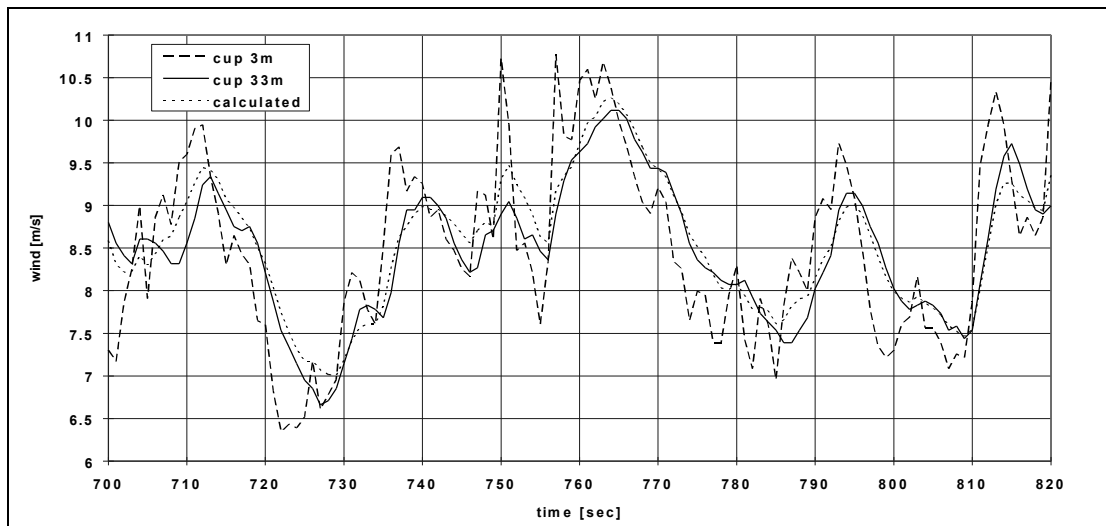


Abb. 3: Zeitreihe einer gemessenen und berechneten Windgeschwindigkeit. Anemometer A: Weglänge 3 m; Anemometer B: Weglänge 33 m. Abstand ca. 2 m, Meßhöhe 10 m. Die gestrichelte Linie zeigt das Ergebnis der Simulationsrechnung für ein Anemometer mit einer Weglänge von 33 m. Die Eingangswindgeschwindigkeit war das gemessene Signal von Anemometer A.

Fig. 3: Time series of measured and calculated windspeed. Wind speed measured (cup 3m), wind speed measured (cup 33m) and the solution of the numerical model (calculated for cup 33 m). The input for the model was the wind speed given by anemometer cup 3m. The spatial distance between cup 3m and cup 33m was 2 meter and the measurement height 10 m.

Mit Hilfe des numerischen Lösungsmodells wurde das Overspeedingverhalten realer Anemometer berechnet und mit gemessenen Daten verglichen. Es zeigte sich sehr schnell, daß „normale“ Anemometer (Weglängen zwischen 3 m und 10 m) in normal turbulenten Windfeldern (Turbulenzintensität ca. 15 %) nur ein sehr geringes Overspeeding produzieren. Dies ist vermutlich auch der Grund dafür, daß es zwar theoretische Vorhersagen bezüglich des Overspeedingverhalten gibt, aber keine veröffentlichten Meßergebnisse von Freifeldmessungen. Damit wir unser Modell leichter überprüfen konnten, haben wir besonders träge Anemometer künstlich hergestellt, indem wir Blei in die offenen Schalen klebten [6]. Hierdurch erreichten wir Weglängen von bis zu 33 m. Die Ergebnisse dieser Berechnungen und Messungen sind in den nachfolgenden Abbildungen zu sehen.

5.1 Amplitudenverhalten

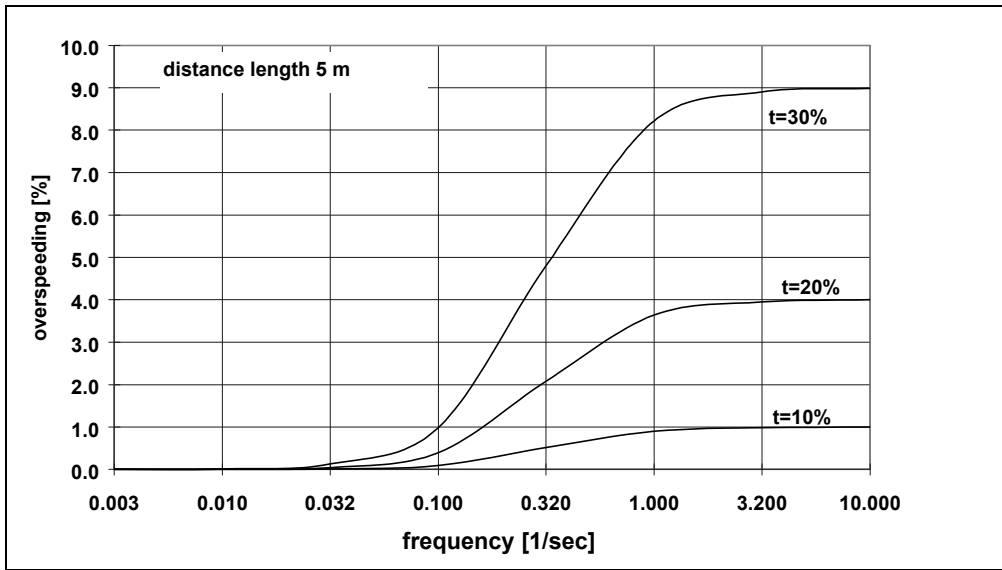


Abb. 4: Theoretisches Overspeeding (in Prozent) für unterschiedliche Turbulenzintensitäten  $t$  als Funktion der Frequenz [Input  $v = A+B\sin(\omega t)$ ].

Fig. 4: Theoretical overspeeding (in percent) at different turbulence intensities  $t$

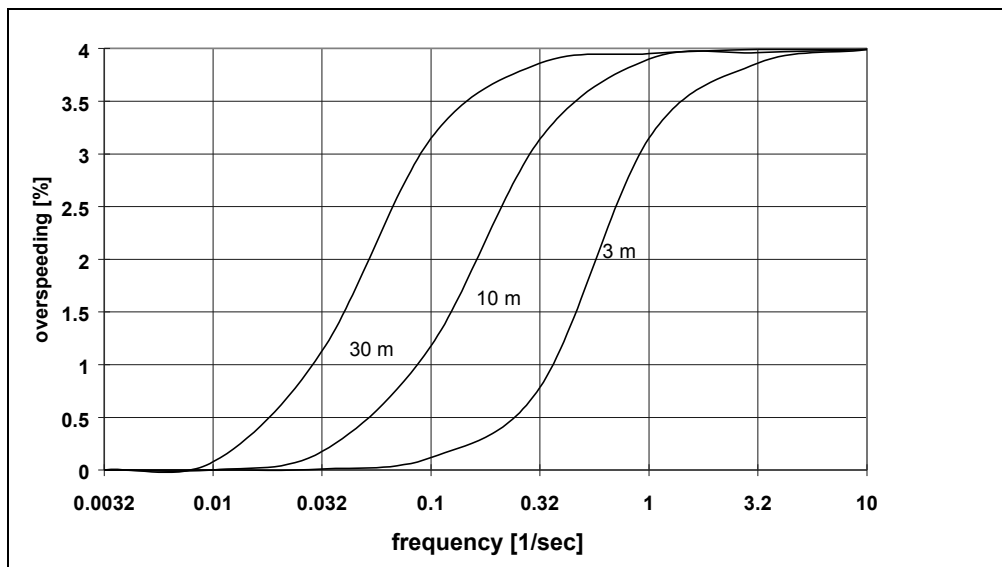


Abb. 5: Theoretisches Overspeeding (in Prozent) für unterschiedliche Weglängen als Funktion der Frequenz [Input  $v = A+B\sin(\omega t)$ ].

Fig. 5: Theoretical overspeeding (in percent) at different distance length

## 5.2 Frequenzverhalten

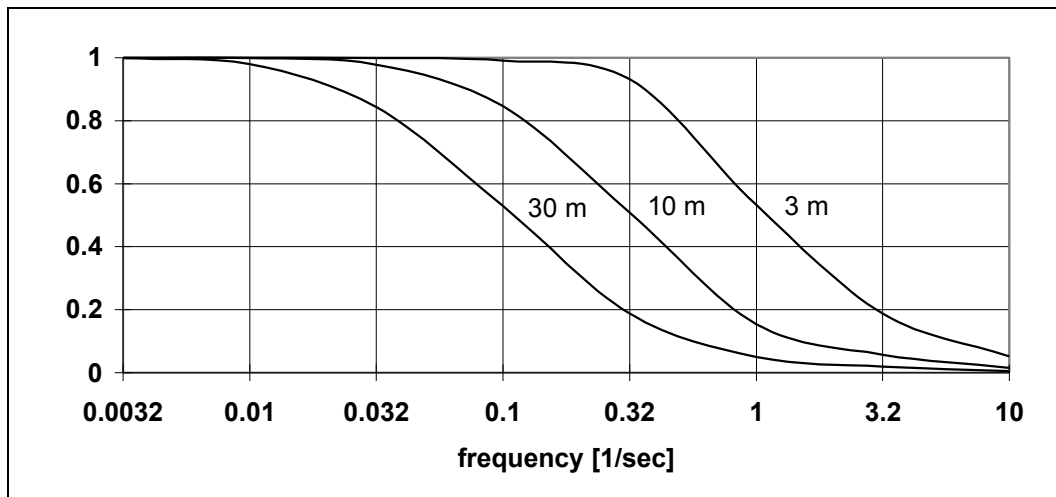


Abb. 7: Turbulenzspektrum eines Anemometers mit unterschiedlichen Weglängen [ $\text{sig}(v)/\text{sig}(ane)$ ] [Input  $v = A+B \sin(\omega t)$ ].

Fig. 7: Turbulence spectrum of anemometers with different distance length

## 5.3 Overspeeding in turbulenten Windfeldern

Das zuvor beschriebene Modell wurde dazu benutzt, den Fehler träger Anemometer mit unterschiedlicher Weglänge (2m - 10m) in turbulenten Windfeldern (Turbulenzintensität 0.05 - 0.25) zu berechnen. Da es sehr zeitaufwendig ist, ausreichend Meßdaten für die unterschiedlichen Turbulenzklassen zu bekommen, wurden die Zeitreihen synthetisch erzeugt. Hierbei wird ein Verfahren von Shinozuka angewandt, wie es ausführlich bei H.P.Waldl [5] beschrieben wird. Mit dem Verfahren lassen sich fast beliebige Turbulenzspektren erzeugen. In Abb. 8 ist der kalkulierte Fehler in Abhängigkeit von der Turbulenzintensität und der Weglänge dargestellt. Der Overspeedingfehler steigt proportional mit der Weglänge  $c$  und proportional zum Quadrat der Turbulenzintensität  $t$  gemäß

$$\text{Error} = t^2 \cdot (1.8 \cdot c - 1.4) \text{ [%]}$$

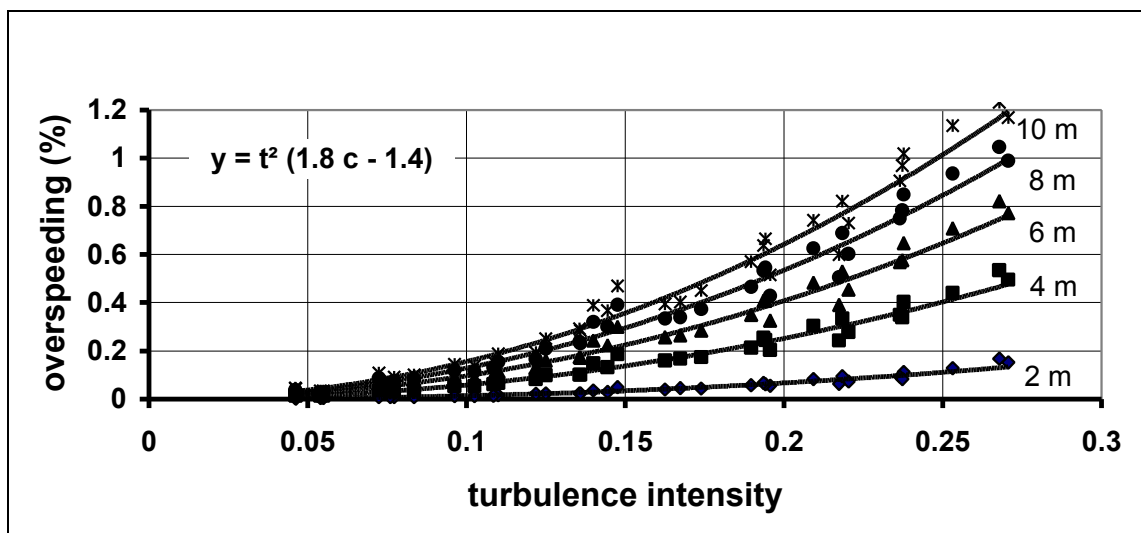


Abb. 8: Ergebnis der Simulationsrechnung. Overspeedingverhalten für unterschiedliche Weglängen (2 m - 10 m), in Abhängigkeit von der Turbulenzintensität.

Fig. 8: Results of the simulation of overspeeding for different distance lengths, dependent on turbulence intensities

## 6. Meßergebnisse

Die Abb. 9, 10 und 11 zeigen gemessene Overspeedingwerte. Die Meßwerte eines trägen Anemometers wurden mit denen eines „schnellen“ Anemometers (Weglänge ca. 5 m) verglichen. Der räumliche Abstand betrug ca. 1 m, wobei sich die Anemometer durch eine elektrische Nachführeinrichtung immer orthogonal zur Windrichtung befanden [7].

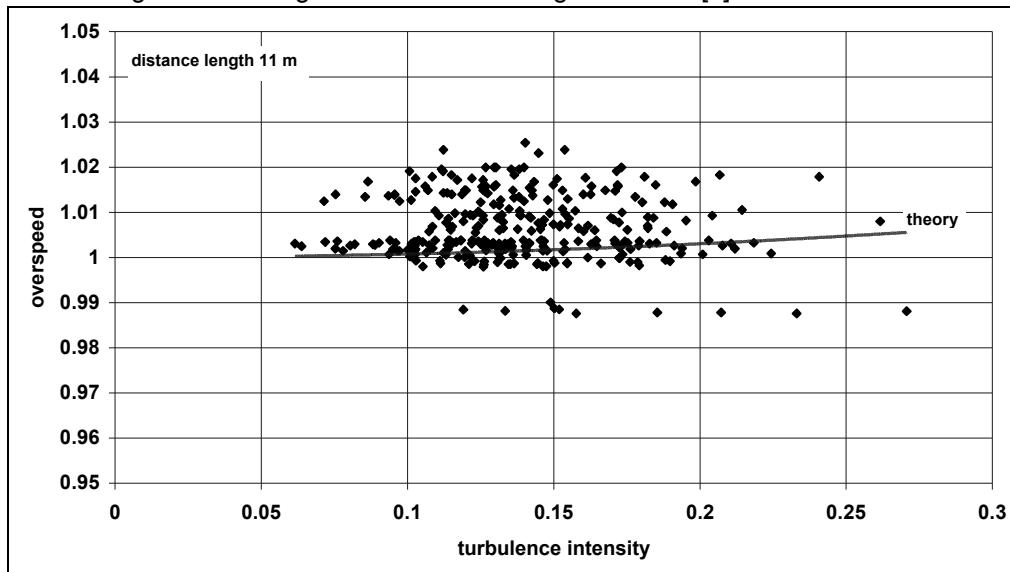


Abb. 9: Gemessenes Overspeeding eines Anemometers mit einer Weglänge von 11 m, verglichen mit einem Anemometer mit 5 m Weglänge (5-Minuten Mittelwerte), als Funktion der Turbulenzintensität.

Fig. 9: Measured overspeeding of an anemometer with 11 m distance length, compared with an anemometer of 5 m distance length as a function of turbulence intensity

Anmerkung: Die eigentümliche Lücke zwischen 0.99 und 1 ergibt sich aus der Tatsache, daß der Datenlogger nur Integerwerte für die Frequenz abspeichert. Es handelt sich somit um einen Rundungsfehler, der leider in allen Meßergebnissen zu sehen ist.

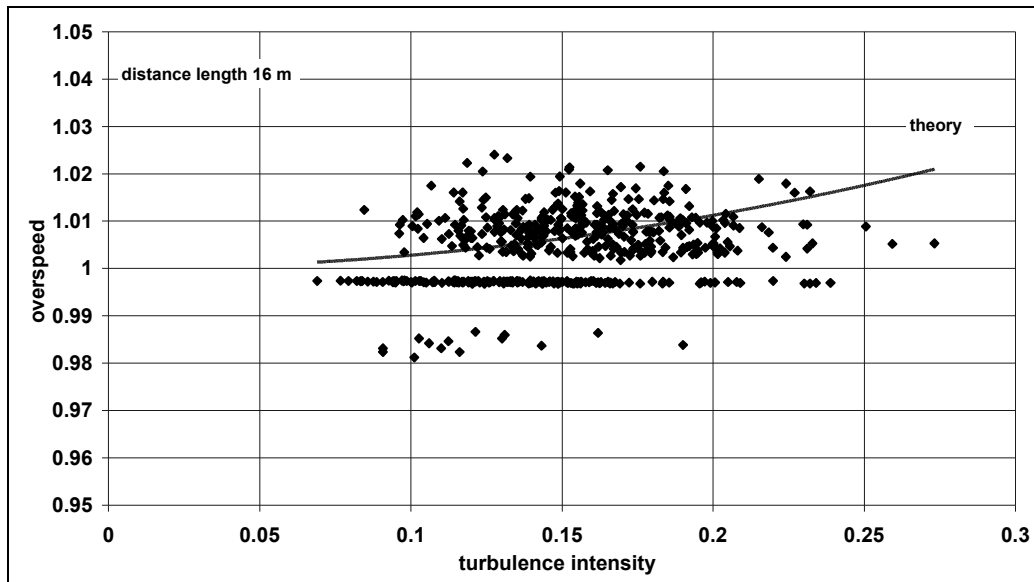


Abb. 10: Gemessenes Overspeeding eines Anemometers mit einer Weglänge von 16 m, verglichen mit einem Anemometer mit 5 m Weglänge (5-Minuten Mittelwerte), als Funktion der Turbulenzintensität.

Fig. 10: Measured overspeeding as a function of turbulence intensity (distance length 16 m). The reference wind speed was measured with an anemometer of 5 m distance length.

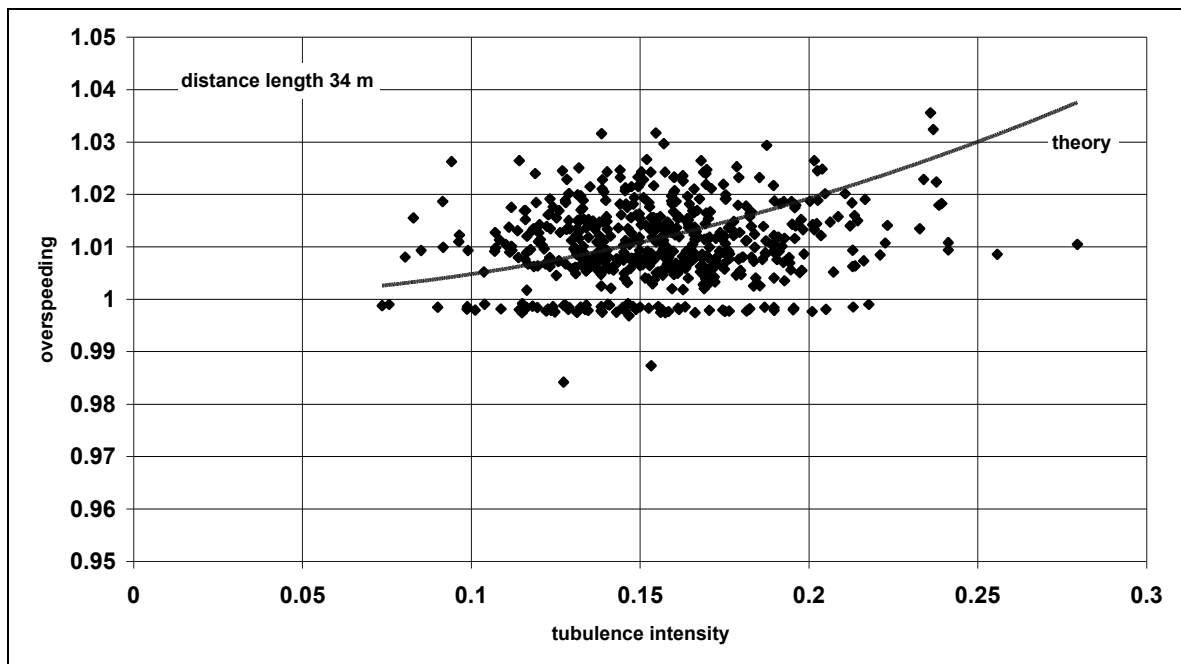


Abb. 11: Gemessenes Overspeeding eines Anemometers mit einer Weglänge von 34 m, verglichen mit einem Anemometer mit 5 m Weglänge (5-Minuten Mittelwerte), als Funktion der Turbulenzintensität.

Fig. 11: Measured overspeeding as a function of turbulence intensity (distance length 34 m). The reference wind speed was measured with an anemometer of 5 m distance length.

## 7. Interpretation der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Berechnungen zeigen, daß der trägheitsbedingte Fehler eines Schalensternanemometers quadratisch mit der Turbulenzintensität und linear mit der Weglänge ansteigt. Bei einer Weglänge von 3 - 6 m und einer Turbulenzintensität von 10 %, bedeutet dies eine systematische Überbewertung von 0.05 % - 0.1 % in der Windgeschwindigkeit. Dieser Fehler steigt bei einer Turbulenzintensität von 20 % auf ca. 0.2 % bis 0.4 % und damit in einen Bereich, der durchaus berücksichtigt werden sollte.

## 8. Literatur

- [1] Schrenk, O.: Über die Trägheitsfehler der Schalenkreuzanemometer bei schwankender Windstärke. Zeitschr. f. techn. Physik (1929) 2, S. 57-66.
- [2] Coppin, P.A.: Examination of cup anemometer overspeeding. Meteorol. Rdsch. (1982) 2.
- [3] Busch, N.E.; Kristensen, L.: Cup anemometer overspeeding. J. Appl. Meteorol. (1976).
- [4] Hunter, R.; Collins, A.: Implications of dynamic effects of cup anemometers. National Wind Turbine Center UK, 1990
- [5] Waldl, H.P.: Vermessung und Modellierung des Windparks Norddeich unter besonderer Berücksichtigung der Fluktuationen von Windgeschwindigkeit und Leistungsabgabe. Diplomarbeit Universität Oldenburg 1991.
- [6] Wichers, S.: Das Verhalten von Schalensternanemometern in turbulenten Windfeldern. Diplomarbeit Fachhochschule Ostfriesland / DEWI 3/96.
- [7] Kleihauer, C.: Aufbau eines Meßsystems zur Untersuchung anemometerspezifischer Effekte in turbulenten Windfeldern. Diplomarbeit Fachhochschule Wilhelmshaven / DEWI 7/96.