Alternative Filter zum Kalman-Filter
für selbstbalancierende Fahrzeuge (SBF)

Digitale Filter ermöglichen die Verbesserung von Messwerten, sofern diese z.B. Rauschanteile oder Störungen enthalten. Diese Anteile liegen in der Regel in einem Frequenzbereich, der über dem Frequenzbereich des eigentlichen zu messenden Signals liegt. Im analogen Fall würde man auf einen Tiefpass zurückgreifen, der sich auch digital realisieren lässt.
In diesem Zusammenhang kommt auch dem Kalman-Filter eine wesentliche Bedeutung zu.
Hier sollen jedoch nur alternativen zu dem schwer durchschaubaren Algorithmus von Kalman besprochen werden.

In diesem Skript erläutert die Funktionsweise einfacher Filter ergänzt um Erfahrungen in Zusammenhang mit dem Selbstbau eines SBF.

1. Ein einfacher digitaler Filter – Simple_Filter

2. Spezielle Erweiterung für SBF

1. Simple_Filter

Anwendung eines digitalen Tiefpasses (1. Ordnung) als Ersatz für ein Kalman-Fliter

Einen einfachen digitalen Filter erhält man, wenn vor der Weiterverarbeitung eines Messwertes dieser mit einem oder mehreren vorherigen Werten zu einem mittleren Wert verrechnet. Ein Filter dieser Art stellt einen Tiefpass dar.

Bsp.: y neuer Messwert (1)
y_{alt} vorheriger Messwert (Mittelwert)

Do
:

Code: $y = 0{,}9 * y_{alt} + 0{,}1 * y$ 'neuen gewichteten Mittelwert bilden
$y_{alt} = y$ 'Y-Wert für den nächsten Durchgang merken.
:
Loop

Verallgemeinerung mit dt = Zeit für einen Schleifendurchlauf:

	a = 1/k	k = Dämfungszahl, k > 1	(2)
	Do		
	:		
	y = …	’aktueller Messwert	
allgemein:	$y = (1-a) * y_{alt} + a * y$	’neuen gewichteten Mittelwert bilden	
	$y_{alt} = y$	’Y-Wert für den nächsten Durchgang merken.	
	:		
	Loop		

Bestimmung der Zeitkonstanten/Grenzfrequenz dieses Tiefpassfilters:

Besitzt y seit längerer Zeit den Wert 1, so ist die Zeit gefragt, nach der beim Wechsel des Messwertes von z.B. 1 auf 0 der gefilterte Wert z.B. um 3db abgesunken ist. Dabei ist jeder aktuelle Messwert y = 0 und $y = (1-a)^n * y_{alt}$.

Nach n Durchläufen ergibt sich $(1 – a)^n = 1 / 1,41$ (bei -3db) und $n = \frac{\log(1/1{,}41)}{\log(1-a)}$ (3)

n Durchläufe entsprechen einer Zeit $T = n \cdot dt$.

Bsp.: mit dt = 0,01s = 10ms, k = 20 ➔ a = 0,05

Nach Gleichung (3) sind $n = \frac{\log(1/1{,}41)}{\log(1-0{,}05)} = 6{,}75$ ➔ n=7 Durchläufe erforderlich.

Daraus ergibt sich eine Zeit T = 70ms und eine 3db-Grenzfrequenz $f_g = 1/T = 15$Hz.

Für den Fall eines SBF erscheint eine 3db-Grenze nicht ausreichend. Erfahrungsgemäß sollten Rauscheffekte deutlich stärker unterdrückt werden, so dass sich eine Amplitudenreduzierung von 6db anbietet.

Analog zu (3) ergibt sich: $(1 – a)^n = 1/2$ (bei -6db) und $n = \frac{\log(1/2)}{\log(1-a)}$ (4)

Nach Gleichung (3) sind $n = \frac{\log(1/2)}{\log(1-0{,}05)} = 13{,}5$ ➔ n=14 Durchläufe erforderlich.

Daraus ergibt sich eine Zeit T = 140ms und eine 6db-Grenzfrequenz $f_g = 1/T = 7$Hz.

Eine Möglichkeit diese Grenzfrequenz zu verändern ergibt sich durch die Veränderung der Dämpfungszahl k.

Bsp.: mit dt = 0,01s = 10ms, **k = 50** ➔ a = 0,02

Nach Gleichung (3) sind $n = \frac{\log(1/1{,}41)}{\log(1-0{,}02)} = 17$ ➔ n=17 Durchläufe erforderlich.
Daraus ergibt sich eine Zeit T = 170ms und eine 3db-Grenzfrequenz f_g = 1/T = 5,9Hz.

Bei einer Amplitudenreduzierung von 6db, d.h. auf 50%, so erhält man:
$(1 – a)^n$ = 1/2 (bei -6db) und $n = \frac{\log(1/2)}{\log(1-0{,}02)} = 34$ ➔ n=34 Durchläufe erforderlich.
Daraus ergibt sich eine Zeit T = 340ms und eine 6db-Grenzfrequenz f_g = 1/T = 3Hz.

Wählt man als Maß für die Reduzierung der Amplitude den Faktor 1/e = 0,3678, so findet man $n = \frac{\log(1/e)}{\log(1-0{,}02)} = 49$ und somit eine Zeit von 490ms, was einer Grenzfrequenz von 2Hz entspricht.

Ergebnis:

In der Praxis wurden mit dt=0.01s die Dämpfungszahlen k=20 und k=50 im Vergleich mit einem Kalman-Filter mit der Dämpfungszahl R=40 erprobt.
Beide digitalen Filter dieser Art wurde dabei auf das nach einem Algorithmus von Trever … erhaltene Ergebnis für die Variable *Balance_torque* angewendet.

Mit k=20 erhält man bei wesentlich kürzerer Rechenzeit ein fast vergleichbares Ergebnis. Das Balance-Verhalten fühlt sich geringfügig verzögert an. Die zur Beschleunigung notwendige Neigung wird dabei als etwas größer empfunden.

Mit k=50 ergibt sich ein vollständig anderes Ergebnis. Die Balance-Regelung reagiert so langsam, dass weite Neigungen erforderlich sind, bis die angesteuerten Motoren reagieren. Dieses Verhalten führt zu einer Pendelbewegung des Fahrzeuges mit zunehmender Amplitude mit einer Frequenz von gut 1Hz und dem dann unvermeidlichen Sturz.

2. Erweiterung nach Shane Colton (http://web.mit.edu/scolton/www/filter.pdf)

Bei diesem Filter werden Messwerte des Accelerometers und des Gyrometers zusammengefasst. Dabei wird, wie auch beim **Simple_Filter,** durch eine gewichtete Mittelwertbildung eine Tiefpassfilterung durchgeführt.

Das angegebene Dokument erläutert diese Überlegungen sehr anschaulich.

Im konkreten Fall wurde diese Erweiterung in den bestehenden Algorithmus eingefügt. Zusammen mit dem bereits beschriebenen und an späterer Stelle wirkenden **Simple_Filter** ergibt sich ein gutes Ergebnis, welches subjektiv mit dem Kalman-Filter vergleichbar ist.