

## Das Ausgangsproblem

$$\begin{aligned}
 39x_1 + 21x_2 + 82x_3 + 55x_4 & \neq \min \\
 2x_1 + 50x_2 + 6x_3 + 74x_4 & \leq 60 \\
 2x_1 + 50x_2 + 6x_3 + 74x_4 & \geq 54 \\
 x_1 + 75x_2 + 13x_3 + 96x_4 & \leq 80 \\
 x_1 + 75x_2 + 13x_3 + 96x_4 & \geq 39 \\
 5x_1 + 83x_2 + 5x_3 + 105x_4 & \leq 90 \\
 5x_1 + 83x_2 + 5x_3 + 105x_4 & \geq 24 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 1 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0
 \end{aligned}$$

Da aus dem Optimierungsproblem keine zulässige Grundlösung abzulesen ist, wird das Optimierungsproblem mit der Zweiphasenmethode gelöst. In der 1. Phase werden zunächst 4 künstliche Variablen hinzugefügt und das Simplex Tableau wird mit einer neuen Kostenfunktion berechnet.

### Phase 1

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	2	50	6	74	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	30
1	11	2	50	6	74	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	54	27
0	7	1	75	13	96	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	80	80
1	12	1	75	13	96	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	39	39
0	9	5	83	5	105	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	90	18
1	13	5	83	5	105	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	24	4.8
1	14	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
		9	209	25	276	0	-1	0	-1	0	-1	0	0	0	0	118	

Spalte 1 geht in die Basis. Spalte 14 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	0	48	4	72	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-2	58	1.21
1	11	0	48	4	72	0	-1	0	0	0	0	1	0	0	-2	52	1.08
0	7	0	74	12	95	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	79	1.07
1	12	0	74	12	95	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	-1	38	0.51
0	9	0	78	0	100	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-5	85	1.09
1	13	0	78	0	100	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	-5	19	0.24
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
		0	200	16	267	0	-1	0	-1	0	-1	0	0	0	-9	109	

Spalte 2 geht in die Basis. Spalte 13 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	0	0	4	10.46	1	0	0	0	0	0.62	0	0	-0.62	1.08	46.31	11.58
1	11	0	0	4	10.46	0	-1	0	0	0	0.62	1	0	-0.62	1.08	40.31	10.08
0	7	0	0	12	0.13	0	0	1	0	0	0.95	0	0	-0.95	3.74	60.97	5.08
1	12	0	0	12	0.13	0	0	0	-1	0	0.95	0	1	-0.95	3.74	19.97	1.66
0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	66	-
0	2	0	1	0	1.28	0	0	0	0	0	-0.01	0	0	0.01	-0.06	0.24	-
0	1	1	0	1	-0.28	0	0	0	0	0	0.01	0	0	-0.01	1.06	0.76	0.76
		0	0	16	10.59	0	-1	0	-1	0	1.56	0	0	-2.56	3.82	60.28	

Spalte 3 geht in die Basis. Spalte 1 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	-4	0	0	11.59	1	0	0	0	0	0.56	0	0	-0.56	-3.18	43.28	3.73
1	11	-4	0	0	11.59	0	-1	0	0	0	0.56	1	0	-0.56	-3.18	37.28	3.22
0	7	-12	0	0	3.51	0	0	1	0	0	0.79	0	0	-0.79	-9.03	51.9	14.77
1	12	-12	0	0	3.51	0	0	0	-1	0	0.79	0	1	-0.79	-9.03	10.9	3.1
0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	66	-
0	2	0	1	0	1.28	0	0	0	0	0	-0.01	0	0	0.01	-0.06	0.24	0.19
0	3	1	0	1	-0.28	0	0	0	0	0	0.01	0	0	-0.01	1.06	0.76	-
		-16	0	0	15.1	0	-1	0	-1	0	1.36	0	0	-2.36	-13.21	48.18	

Spalte 4 geht in die Basis. Spalte 2 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	-4	-9.04	0	0	1	0	0	0	0	0.68	0	0	-0.68	-2.6	41.08	-
1	11	-4	-9.04	0	0	0	-1	0	0	0	0.68	1	0	-0.68	-2.6	35.08	-
0	7	-12	-2.74	0	0	0	0	1	0	0	0.83	0	0	-0.83	-8.85	51.259704455E+17	
1	12	-12	-2.74	0	0	0	0	0	-1	0	0.83	0	1	-0.83	-8.85	210035912094E+16	
0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	66	-
0	0	0	0.78	0	1	0	0	0	0	0	-0.01	0	0	0.01	-0.05	0.19	0.19
0	3	1	0.22	1	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	-0.01	1.05	0.81	-
		-16	-11.78	0	0	0	-1	0	-1	0	1.51	0	0	-2.51	-12.45	45.31	

Spalte 4 geht in die Basis. Spalte 0 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	-4	-9.04	0	0	1	0	0	0	0	0.68	0	0	-0.68	-2.6	41.08	60.41
1	11	-4	-9.04	0	0	0	-1	0	0	0	0.68	1	0	-0.68	-2.6	35.08	51.59
0	7	-12	-2.74	0	0	0	0	1	0	0	0.83	0	0	-0.83	-8.85	51.23	61.72
1	12	-12	-2.74	0	0	0	0	0	-1	0	0.83	0	1	-0.83	-8.85	10.23	12.33
0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	66	66
0	4	0	0.78	0	1	0	0	0	0	0	-0.01	0	0	0.01	-0.05	0.19	-
0	3	1	0.22	1	0	0	0	0	0	0	0.01	0	0	-0.01	1.05	0.81	81
		-16	-11.78	0	0	0	-1	0	-1	0	1.51	0	0	-2.51	-12.45	45.31	

Spalte 10 geht in die Basis. Spalte 12 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	5.83	-6.8	0	0	1	0	0	0.82	0	0	0	-0.82	0	4.65	32.7	5.61
1	11	5.83	-6.8	0	0	0	-1	0	0.82	0	0	1	-0.82	0	4.65	26.7	4.58
0	7	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	0	41	-
0	10	-14.46	-3.3	0	0	0	0	0	-1.2	0	1	0	1.2	-1	-10.66	12.33	-
0	9	14.46	3.3	0	0	0	0	0	1.2	1	0	0	-1.2	0	10.66	53.67	3.71
0	4	-0.14	0.75	0	1	0	0	0	-0.01	0	0	0	0.01	0	-0.16	0.31	-
0	3	1.14	0.25	1	0	0	0	0	0.01	0	0	0	-0.01	0	1.16	0.69	0.6
		5.83	-6.8	0	0	0	-1	0	0.82	0	0	0	-1.82	-1	3.65	26.7	

Spalte 1 geht in die Basis. Spalte 3 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	0	-8.08	-5.09	0	1	0	0	0.76	0	0	0	-0.76	0	-1.24	29.2	38.53
1	11	0	-8.08	-5.09	0	0	-1	0	0.76	0	0	1	-0.76	0	-1.24	23.2	30.61
0	7	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	0	41	41
0	10	0	-0.11	12.63	0	0	0	0	-1.05	0	1	0	1.05	-1	3.95	21	-
0	9	-0	0.11	-12.63	0	0	0	0	1.05	1	0	0	-1.05	0	-3.95	45	42.75

0	4	0	0.78	0.13	1	0	0	0	-0.01	0	0	0	0.01	0	-0.01	0.4	-
0	0	1	0.22	0.87	0	0	0	0	0.01	0	0	0	-0.01	0	1.01	0.6	57
		0	-8.08	-5.09	0	0	-1	0	0.76	0	0	0	-1.76	-1	-2.24	23.2	

Spalte 8 geht in die Basis. Spalte 11 verlässt die Basis.

		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		
0	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	6	
0	8	0	-10.67	-6.72	0	0	-1.32	0	1	0	0	1.32	-1	0	-1.64	30.61	
0	7	0	10.67	6.72	0	0	1.32	1	0	0	0	-1.32	0	0	1.64	10.39	
0	10	0	-11.33	5.56	0	0	-1.39	0	0	0	1	1.39	0	-1	2.22	53.22	
0	9	-0	11.33	-5.56	0	0	1.39	0	0	1	0	-1.39	0	0	-2.22	12.78	
0	4	0	0.67	0.06	1	0	-0.01	0	0	0	0	0.01	0	0	-0.03	0.72	
0	0	1	0.33	0.94	0	0	0.01	0	0	0	0	-0.01	0	0	1.03	0.28	
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	

Das Ausgangsproblem hat nun eine Grundlösung. In der zweiten Phase wird der optimale Zielwert mit Hilfe des Simplex Tableaus ermittelt.

## Phase 2

		39	21	82	55	0	0	0	0	0	0				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
0	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	6	-		
0	8	0	-10.67	-6.72	0	0	-1.32	0	1	0	0	30.61	-		
0	7	0	10.67	6.72	0	0	1.32	1	0	0	0	10.39	0.97		
0	10	0	-11.33	5.56	0	0	-1.39	0	0	0	1	53.22	-		
0	9	-0	11.33	-5.56	0	0	1.39	0	0	1	0	12.78	1.13		
55	4	0	0.67	0.06	1	0	-0.01	0	0	0	0	0.72	1.08		
0	0	1	0.33	0.94	0	0	0.01	0	0	0	0	0.28	0.83		
		-39	15.67	-78.94	0	0	-0.76	0	0	0	0	39.72			

Spalte 2 geht in die Basis. Spalte 0 verlässt die Basis.

		39	21	82	55	0	0	0	0	0	0				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
0	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	6			
0	8	32	0	23.5	0	0	-0.88	0	1	0	0	39.5			
0	7	-32	0	-23.5	0	0	0.88	1	0	0	0	1.5			
0	10	34	0	37.67	0	0	-0.92	0	0	0	1	62.67			
0	9	-34	0	-37.67	0	0	0.92	0	0	1	0	3.33			
55	4	-2	0	-1.83	1	0	-0.04	0	0	0	0	0.17			
21	2	3	1	2.83	0	0	0.04	0	0	0	0	0.83			
		-86	0	-123.33	0	0	-1.42	0	0	0	0	26.67			

Für das Ausgangsproblem (vor Einführung der Schlupfvariablen) ergibt sich die Optimallösung  $x_2 = 0.83$ ,  $x_4 = 0.17$ ,  $x_1 = x_3 = 0$ . Der Zielwert beträgt 26.67.