## Bemessung eines PI-Reglers über dynamische Kompensation im Frequenzbereich

**experimentell ermittelte Motordaten**

Ankerwiderstand $R_A := 0.4\ \Omega$

Ankerinduktivität $L_A := 21\ \mu H$

Massenträgheitsmoment $J_S := 5.6\ gm \cdot cm^2$

Lagerreibung $k_t := 1.010101 \cdot 10^{-6}\ N \cdot \dfrac{m}{s}$

Leerlaufspannung $U_A := 6\ V$

Leerlaufstrom $I_A := 0.15\ A$

Leerlaufdrehzahl $\omega_L := 930 \cdot \dfrac{1}{s}$

H-Parameter $H_{11} := R_A$

$$H_{12} := \frac{U_A}{\omega_L} - H_{11} \cdot \frac{I_A}{\omega_L} \qquad H_{12} = 0.006\ Wb$$

Dgl. des Motors (aus Maschensatz und Drehimpulssatz)

$$U_A = \frac{L_A \cdot J_S}{k_\varphi \cdot \Phi_0} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\omega + \frac{R_A \cdot J_S}{k_\varphi \cdot \Phi_0} \cdot \frac{d}{dt}\omega + c_\varphi \cdot \Phi_0 \cdot \omega$$

Normierung auf Zeitkonstantenform

$$\frac{1}{c_\varphi \cdot \Phi_0} \cdot U_A = \frac{L_A \cdot J_S}{c_\varphi \cdot k_\varphi \cdot {\Phi_0}^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\omega + \frac{R_A \cdot J_S}{c_\varphi \cdot k_\varphi \cdot {\Phi_0}^2} \cdot \frac{d}{dt}\omega + 1 \cdot \omega$$

Reziprozitätsvoraussetzung

$$c_\varphi = k_\varphi = k \qquad H_{12} = H_{21} = k \cdot \Phi_0$$

$$\frac{1}{H_{12}} \cdot U_A = \frac{L_A \cdot J_S}{{H_{12}}^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\omega + \frac{R_A \cdot J_S}{{H_{12}}^2} \cdot \frac{d}{dt}\omega + 1 \cdot \omega$$

## Bemessung eines PI-Reglers über dynamische Kompensation im Frequenzbereich

Zeitkonstantenform

$$K_S \cdot U_A = T_2^{\,2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\omega + T_1 \cdot \frac{d}{dt}\omega + 1 \cdot \omega \qquad K_S := \frac{1}{H_{12}} \qquad K_S = 156.566\ \frac{1}{\mathbf{Wb}}$$

Zeitkonstante 1 $\qquad T_1 := \frac{R_A \cdot J_S}{H_{12}^{\,2}} \qquad T_1 = 0.005\ \mathbf{s}$

Zeitkonstante 2 $\qquad T_2 := \sqrt{\frac{L_A \cdot J_S}{H_{12}^{\,2}}} \qquad T_2 = \left(536.908 \cdot 10^{-6}\right)\ \mathbf{s}$

Lehrsches Dämpfungsmaß $\qquad D := \frac{T_1}{2 \cdot T_2} \qquad D = 5.113$

Übertragungsfunktion des Motors

$$G_S(s) = \frac{\omega(s)}{U_A(s)} = \frac{K_S}{1 + s \cdot T_1 + s^2 \cdot T_2^{\,2}} = \frac{K_S}{\left(1 + s \cdot T_{s1}\right) \cdot \left(1 + s \cdot T_{s2}\right)}$$

$$s_1 := \frac{T_1}{2 \cdot T_2^{\,2}} + \sqrt{\left(\frac{T_1}{2 \cdot T_2^{\,2}}\right)^2 - \frac{1}{T_2^{\,2}}} \qquad T_{s1} := \frac{1}{s_1} \qquad T_{s1} = \left(5.301 \cdot 10^{-5}\right)\ \mathbf{s}$$

$$s_2 := \frac{T_1}{2 \cdot T_2^{\,2}} - \sqrt{\left(\frac{T_1}{2 \cdot T_2^{\,2}}\right)^2 - \frac{1}{T_2^{\,2}}} \qquad T_{s2} := \frac{1}{s_2} \qquad T_{s2} = 0.005\ \mathbf{s}$$

Kontrolle $\qquad T_{s1} \cdot T_{s2} = \left(2.883 \cdot 10^{-7}\right)\ \mathbf{s}^2$

$$T_2^{\,2} = \left(2.883 \cdot 10^{-7}\right)\ \mathbf{s}^2$$

PI-Regler

$$G_R(s) = \frac{K_P \cdot \left(1 + s \cdot T_N\right)}{s \cdot T_N}$$

$$G_0(s) = G_R \cdot G_S = \frac{K_P \cdot \left(1 + s \cdot T_N\right)}{s \cdot T_N} \cdot \frac{K_S}{\left(1 + s \cdot T_{s1}\right) \cdot \left(1 + s \cdot T_{s2}\right)}$$

## Bemessung eines PI-Reglers über dynamische Kompensation im Frequenzbereich

dynamische Kompensation der größten Zeitkonstante

Nachstellzeit des Reglers $T_N := T_{s2}$

$$G_0(s) = G_R \cdot G_S = \frac{K_P}{s \cdot T_N} \cdot \frac{K_S}{(1 + s \cdot T_{s1})}$$

Führungsübertragungsfunktion

$$G_W(s) = \frac{G_0}{1 + G_0} = \frac{K_P \cdot K_S}{K_P \cdot K_S + s \cdot T_N \cdot (1 + s \cdot T_{s1})} = \frac{1}{1 + s \cdot \frac{T_N}{K_P \cdot K_S} + s^2 \cdot \frac{T_N \cdot T_{s1}}{K_P \cdot K_S}}$$

$$G_W(s) = \frac{1}{1 + s \cdot T_{W1} + s^2 \cdot T_{W2}^2} \qquad T_{W1} = \frac{T_N}{K_P \cdot K_S}$$

$$T_{W2} = \sqrt{\frac{T_N \cdot T_{s1}}{K_P \cdot K_S}}$$

Kp ist einziger freier Parameter
Ermittlung von Kp über "optimale Dämpfung" $D := \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{T_{W1}}{2 \cdot T_{W2}} \qquad K_P := \frac{T_N}{2 \cdot K_S \cdot T_{s1}} \qquad K_P = 0.328\ \mathbf{Wb}$$

Reglerparameter des PI-Reglers

Reglerverstärkung $K_P = 0.328\ \mathbf{Wb}$

Nachstellzeit $T_N = 0.005\ \mathbf{s}$

Verhalten des Regelkreises $\varepsilon := 0.05$

Zeitkonstante 1 $T_{W2} := \sqrt{\frac{T_N \cdot T_{s1}}{K_P \cdot K_S}}$ $T_{W2} = (74.97 \cdot 10^{-6})\ \mathbf{s}$

Zeitkonstante 2 $T_{W1} := \frac{T_N}{K_P \cdot K_S}$ $T_{W1} = (106.024 \cdot 10^{-6})\ \mathbf{s}$

$\omega_0 := \frac{1}{T_{W2}}$ $\omega_0 = (13.339 \cdot 10^{3})\ \frac{1}{\mathbf{s}}$

## Bemessung eines PI-Reglers über dynamische Kompensation im Frequenzbereich

Abklingkonstante $\delta := D \cdot \omega_0$ $\delta = \left(9.432 \cdot 10^3\right) \frac{1}{s}$

$\omega := \omega_0 \cdot \sqrt{1-D^2}$ $\omega = \left(9.432 \cdot 10^3\right) \frac{1}{s}$

Überschwingen $\ddot{U} := e^{-\left(\frac{\pi \cdot D}{\sqrt{1-D^2}}\right)}$ $\ddot{U} = 0.043$

Anregelzeit $T_{AN} := \dfrac{\frac{\pi}{2} + \operatorname{asin}(D)}{\omega}$ $T_{AN} = \left(249.812 \cdot 10^{-6}\right) s$

Ausregelzeit $T_{Aus} := -\dfrac{\ln\left(\varepsilon \cdot \sqrt{1-D^2}\right)}{\delta}$ $T_{Aus} = \left(354.363 \cdot 10^{-6}\right) s$

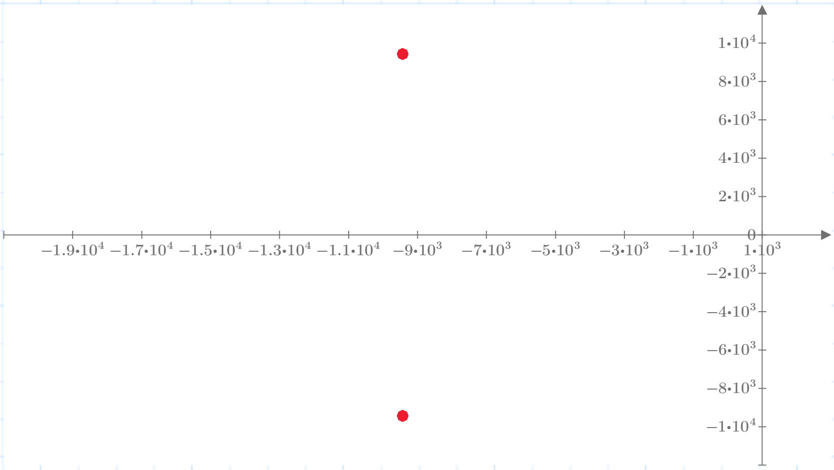
Darstellung der Pole

$s_1 := -\delta + \omega \cdot 1i$

$s_2 := -\delta - \omega \cdot 1i$

$\operatorname{Im}(s_1) \left(\frac{1}{s}\right)$

$\operatorname{Im}(s_2) \left(\frac{1}{s}\right)$




$\operatorname{Re}(s_1) \left(\frac{1}{s}\right)$

$\operatorname{Re}(s_2) \left(\frac{1}{s}\right)$