

---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Versuchsvorbereitung .....</b>	<b>3</b>
2.1	Linearisieren der Differenzialgleichungen .....	3
2.2	Einsetzen der Parameter .....	4
2.3	Überführung in den Zustandsraum .....	4
2.4	Matlab Simulationsschaltbilder .....	5
2.5	Nachweis der vollständigen Steuerbarkeit .....	6
2.6	Herleitung des Zustandsraummodells des zeitdiskreten Systems .....	6
2.7	Entwurf eines Reglers mit Zustandsrückführung .....	7
2.7.1	Fall a) .....	8
2.7.2	Fall b) .....	8
2.7.3	Fall c) .....	8
2.8	Berechnung des Vorfilter p .....	8
2.8.1	Berechnung des Vorfilter nach Fall a) .....	9
2.8.2	Berechnung des Vorfilter nach Fall b) .....	9
2.8.3	Berechnung des Vorfilter nach Fall c) .....	9
2.9	Simulation der entworfenen Regler .....	9
2.10	Diskussion der Simulationsergebnisse .....	11
2.10.1	Simulationsergebnis Fall a) .....	11
2.10.2	Simulationsergebnis Fall b) .....	11
2.10.3	Simulationsergebnis Fall c) .....	11
<b>3</b>	<b>Versuchsauswertung .....</b>	<b>12</b>
3.1	Sprungantwort des Wagens .....	12
3.2	Sprungantwort des Pendels .....	13
3.3	Reglererprobung .....	15
3.4	Führungsverhalten .....	18
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>18</b>

## 1 Einleitung

Anhand einer nichtlinearen instabilen Regelstrecke soll ein Reglerentwurf mittels Zustandsrückführung durchgeführt werden. Die Versuchsanlage stellt ein Beispiel eines mechatronischen Systems dar, bestehend aus einem Antrieb, Wagen und Pendel. Die Analyse- und Entwurfsschritte von der Modellbildung über eine geeignete Linearisierung, der Überführung des Modells in den Zustandsraum bis zum Reglerentwurf sollen erarbeitet werden.

Der Versuchsstand besteht aus einem Wagen, der auf einer Metallschiene bewegt werden kann. Auf dem Wagen ist eine Aufhängung angebracht, mit der über eine Achse ein Pendelstab frei beweglich befestigt ist. Der Wagen ist über ein Transmissionsband mit einem Servomotor verbunden, so dass mit der Stellkraft  $F_M$  der Wagen in zwei Richtungen bewegt wird. Die Stellgröße ist eine Spannung, die proportional zum Drehmoment des Servomotors und damit auch zur Stellkraft  $F_M$  ist. Die Zustandsgrößen für dieses System sind dabei:

- die Position des Wagens  $s$ ,
- der Winkelausschlag des Pendelstabes  $\varphi$ ,
- die Geschwindigkeit des Wagens  $\dot{s}$  und
- die Winkelgeschwindigkeit des Pendelstabes  $\dot{\varphi}$ .

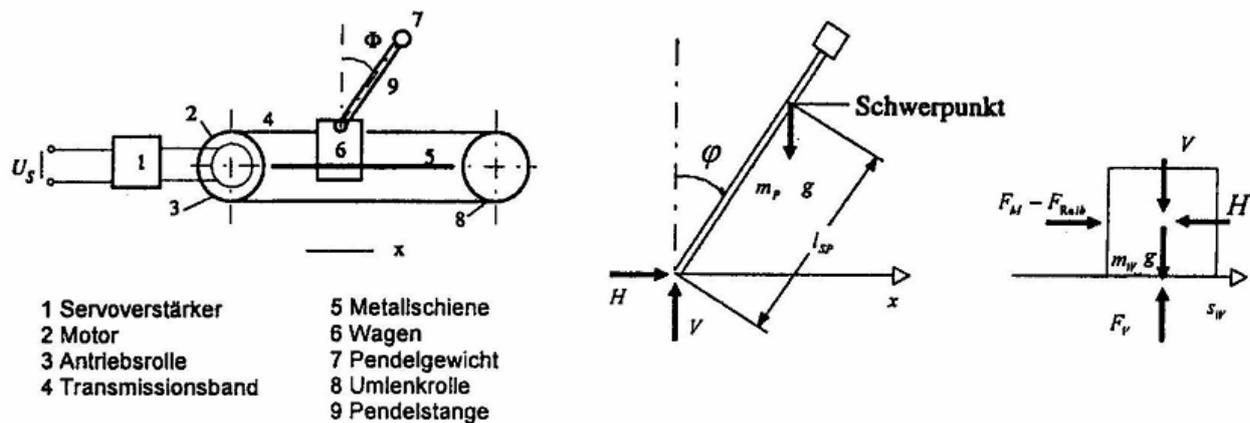


Abbildung 1 Prinzipskizze des Versuchstandes (links) und Teilsysteme Pendel und Wagen (rechts)

## 2 Versuchsvorbereitung

### 2.1 Linearisieren der Differenzialgleichungen

In diesem Versuch sind zunächst die nichtlinearen Differenzialgleichungen für einen mit der Kraft  $F_M$  beschleunigten Wagen unter Berücksichtigung der geschwindigkeitsabhängigen Reibung und des Pendels gegeben. Diese sollen nachfolgend linearisiert werden, so dass ein Zustandsmodell entworfen werden kann.

Differenzialgleichung für das Teilsystem Pendel:

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{m_P \cdot l_{SP}}{J_A} \cdot \ddot{s}_W(t) \cdot \cos(\varphi(t)) + \frac{m_P \cdot g \cdot l_{SP}}{J_A} \cdot \sin(\varphi(t)) - \frac{c_r}{J_A} \cdot \dot{\varphi}(t) \quad (2.1)$$

Differenzialgleichung für das Teilsystem Wagen:

$$\ddot{s}_W(t) = \frac{1}{m_W + m_P} \cdot F_M - \frac{\mu_r}{m_W + m_P} \cdot \dot{s}_W(t) \quad (2.2)$$

Nach Einsetzen der Gleichung (2.2) in die Gleichung (2.1) folgt:

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{m_P \cdot l_{SP}}{J_A \cdot (m_W + m_P)} \cdot (F_M - \mu_r \cdot \dot{s}_W(t)) \cdot \cos(\varphi(t)) + \frac{m_P \cdot g \cdot l_{SP}}{J_A} \cdot \sin(\varphi(t)) - \frac{c_r}{J_A} \cdot \dot{\varphi}(t) \quad (2.3)$$

Die Linearisierung der Differenzialgleichungen erfolgt im Arbeitspunkt. Im Arbeitspunkt befindet sich der Pendelstab in der oberen Ruhelage, d.h.  $\varphi(t)=0^\circ$ . Im geregelten Zustand werden die Abweichungen gering bleiben. Bei kleineren Abweichungen von  $\Delta\varphi(t)=\pm 15^\circ$  kann daher angenommen werden:

$$\cos(\Delta\varphi(t)) \approx 1 \quad (2.4)$$

$$\sin(\Delta\varphi(t)) \approx \varphi(t) \quad (2.5)$$

Werden die Gleichungen (2.4) und (2.5) in Gleichung (2.3) eingesetzt, so entsteht die gesuchte lineare Differenzialgleichung:

$$\ddot{\varphi}(t) = -\frac{m_P \cdot l_{SP} \cdot F_M}{J_A \cdot (m_W + m_P)} + \frac{m_P \cdot l_{SP} \cdot \mu_r}{J_A \cdot (m_W + m_P)} \cdot \dot{s}_W(t) + \frac{m_P \cdot g \cdot l_{SP}}{J_A} \cdot \varphi(t) - \frac{c_r}{J_A} \cdot \dot{\varphi}(t) \quad (2.6)$$

## 2.2 Einsetzen der Parameter

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Auflistung der physikalischen Größen:

Masse des Pendelstabes	$m_p$	0,36 kg
Masse des Wagens	$m_w$	4,0 kg
Abstand des Pendelschwerpunktes zur Aufhängung	$l_{SP}$	0,451 m
Reibungskonstante für den Wagen	$\mu_r$	10,0 kg/s
Reibungskonstante für den Pendelstab	$c_r$	0,00145 kg·m <sup>2</sup> /s
Erdbeschleunigung	$g$	9,81 m/s <sup>2</sup>
Auf die Drehachse bezogenes Trägheitsmoment	$J_A$	0,08433 kg·m <sup>2</sup>
Maximale Stellkraft	$F_M$	±20 N

Tabelle 2—1 physikalische Größen

Durch Einsetzen dieser Werte erhält man:

$$\ddot{\varphi}(t) = -0,4416 \frac{1}{kg \cdot m} \cdot F_M + 4,4158 \frac{1}{m \cdot s} \cdot \dot{s}_w(t) + 18,8871 \cdot \frac{1}{kg \cdot s^2} \varphi(t) - 0,0172 \frac{1}{s} \cdot \dot{\varphi}(t) \quad (2.7)$$

$$\ddot{s}_w(t) = 0,2294 \frac{1}{kg} \cdot F_M - 2,2936 \frac{1}{s} \cdot \dot{s}_w(t) \quad (2.8)$$

## 2.3 Überführung in den Zustandsraum

Bei der Überführung der linearen Differenzialgleichung wurde der Zustandsvektor wie folgt gewählt:

$$x(t) = \begin{bmatrix} s_w(t) \\ \dot{s}_w(t) \\ \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Als Eingangsgröße  $u(t)$  wird die vom Motor erzeugte Stellkraft  $F_M$  gewählt. Ausgangsgröße ist die Wagenposition  $s_w(t)$ .

Daraus ergibt sich die Zustandsdifferenzialgleichung zu:

$$\dot{\underline{x}}(t) = A \cdot \underline{x}(t) + b \cdot u(t) \quad (2.10)$$

$$y(t) = c^T \cdot \underline{x}(t) \quad (2.11)$$

Durch Einsetzen des Zustandsvektors, sowie der Ein- und Ausgangsgrößen, erhält man mit Gleichung (2.7) und Gleichung (2.8) folgendes Zustandsgleichungssystem:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{s}_w(t) \\ \ddot{s}_w(t) \\ \dot{\varphi}(t) \\ \ddot{\varphi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2,2936 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4,4158 & 18,8871 & -0,0172 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_w(t) \\ \dot{s}_w(t) \\ \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,2294 \\ 0 \\ -0,4416 \end{bmatrix} \cdot F_M \quad (2.12)$$

$$y(t) = c^T \cdot s_w(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} s_w(t) \\ \dot{s}_w(t) \\ \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.4 Matlab Simulationsschaltbilder

In Abbildung 2 ist das Simulationsschaltbild des inversen Pendels dargestellt. Dabei ist das nichtlineare Modell als Subsystem aufgebaut.

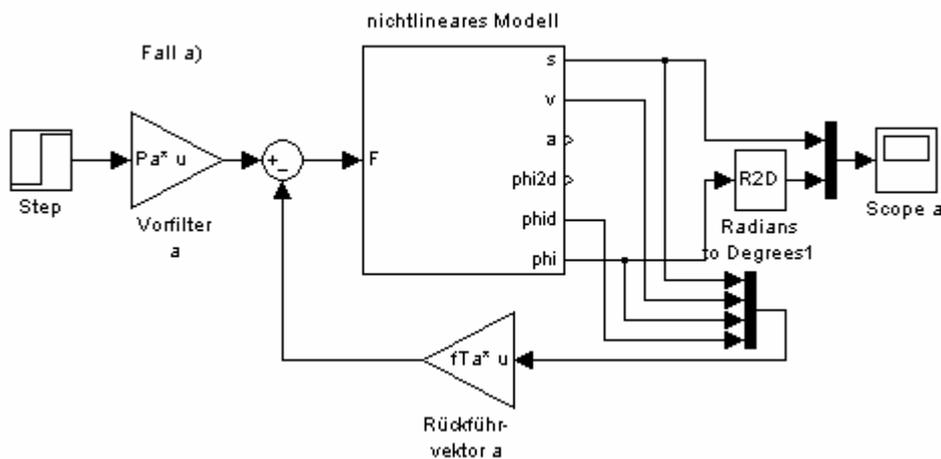


Abbildung 2 Simulationsschaltung – inverses Pendel

In dem Subsystem des nichtlinearen Modells, sind zwei weitere Subsysteme enthalten: Wagen und Pendel (siehe Abbildung 3)

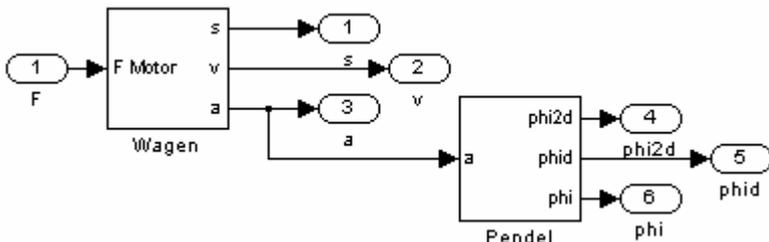


Abbildung 3 Subsystem des nichtlinearen Modells

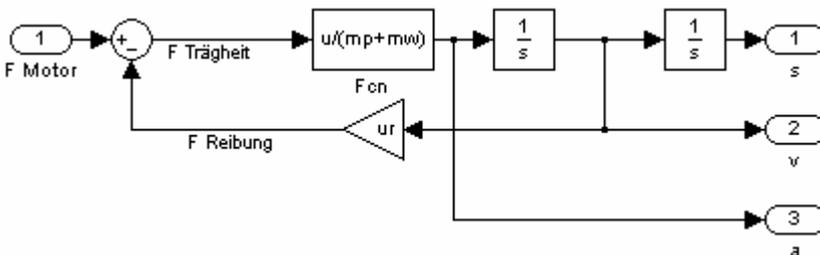


Abbildung 4 Subsystem Wagen

Dabei wird das Subsystem Wagen durch die in Abbildung 4 dargestellte Simulationsschaltung beschrieben. Das Modell ist nach Gleichung (2.2) aufgebaut.

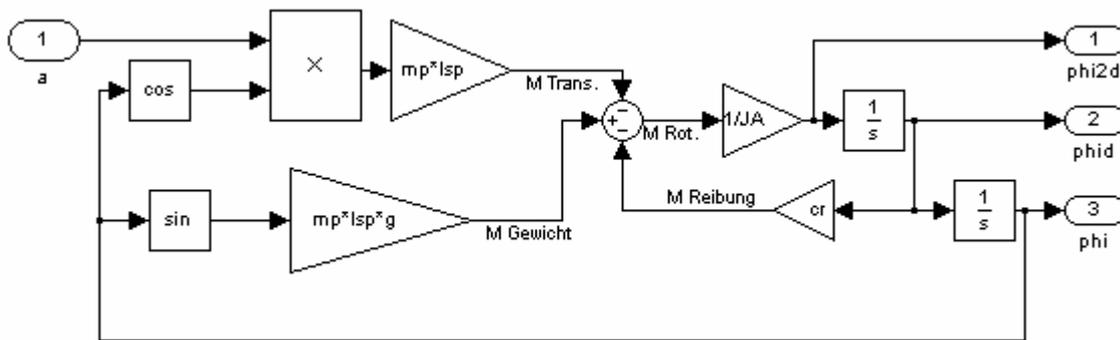


Abbildung 5 Subsystem Pendel

Das Subsystem Pendel ist in Abbildung 5 dargestellt. Es entspricht im Aufbau der Gleichung (2.1). In Abbildung 3 ist zu erkennen, dass der Ausgang des Teilsystems Wagen als Eingang des Teilsystems Pendel dient, um somit die in Gleichung (2.3) erläuterte Form zu erhalten.

## 2.5 Nachweis der vollständigen Steuerbarkeit

Um ein Zustandsraummodell regeln zu können, ist es zwingend erforderlich die vollständige Steuerbarkeit nachzuweisen. Dazu wird die Steuerbarkeitsmatrix in folgender Form aufgestellt:

$$Q_s = [b \quad A \cdot b \quad A^2 \cdot b \quad \dots \quad A^{n-1} \cdot b] \quad (2.14)$$

Die Determinante der Steuerbarkeitsmatrix ist dabei ein Maß für die Steuerbarkeit. Die Steuerbarkeitsmatrix wurde mit dem Matlab Befehl  $Q_s = \text{ctrb}(A,b)$  berechnet:

$$Q_s = \begin{bmatrix} 0 & 0,2294 & -0,5262 & 1,2068 \\ 0,2294 & -0,5262 & 1,2068 & -2,7679 \\ 0 & -0,4416 & 1,0206 & -10,6815 \\ -0,4416 & 1,0206 & -10,6815 & 24,7884 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\det(Q_s) = 3,6608 \neq 0 \quad (2.16)$$

Die Determinante von  $Q_s$  ist ungleich Null. Somit ist das System vollständig steuerbar.

## 2.6 Herleitung des Zustandsraummodells des zeitdiskreten Systems

Die Regelung des Zustandsraummodells erfolgt mit Hilfe eines Digitalrechners. Um diesen nutzen zu können, ist es zwingend erforderlich das zeitkontinuierliche Modell in ein zeitdiskretes Modell zu transformieren. Eine vereinfachte Überführung des Zustandsraummodells in die diskrete Form erhält man, wenn auf der linken Seite der Gleichung (2.10) das vektorielle Differenzial näherungsweise durch den vektoriellen Differenzenquotienten mit  $T$  als Abtastzeit entsprechend Gleichung (2.17) ersetzt wird.

$$\dot{\underline{x}}(t) \approx \frac{\underline{x}(k+1) - \underline{x}(k)}{T} \quad (2.17)$$

Es entsteht das zeitdiskrete Zustandsraummodell in folgender Form:

$$\underline{x}(k+1) = [T \cdot A + I] \cdot \underline{x}(k) + T \cdot b \cdot u(k) = A_d \cdot \underline{x}(k) + b_d \cdot u(k) \quad (2.18)$$

$$y(k) = c^T \cdot \underline{x}(k) \quad (2.19)$$

Mit dem in Gleichung (2.18) beschriebenen zeitdiskrete Zustandsraummodell und der Vorgabe  $T=0,03s$  werden nun die neue Systemmatrix  $A_d$  und der Eingangsvektor  $b_d$  berechnet.

$$A_d = T \cdot A + E = 0,03 \cdot A + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,03 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9312 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0,03 \\ 0 & 0,1325 & 0,5666 & 0,9995 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$b_d = T \cdot b = 0,03 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0,2294 \\ 0 \\ -0,4416 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,0069 \\ 0 \\ -0,0132 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Da dies nur eine Näherung darstellt, wird mittels des Matlab Befehls  $[A_d \ b_d]=c2d(A,b,T)$  eine vergleichende - exakte Berechnung durchgeführt:

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0,029 & 0 & 0 \\ 0 & 0,9335 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0019 & 1,0085 & 0,0301 \\ 0 & 0,1284 & 0,5681 & 1,008 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$b_d = \begin{bmatrix} 0,0001 \\ 0,0067 \\ -0,0002 \\ -0,0128 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Es ist zu erkennen, dass die näherungsweise berechneten Ergebnisse nicht stark von den exakt ermittelten abweichen.

## 2.7 Entwurf eines Reglers mit Zustandsrückführung

Mit dem errechneten zeitdiskreten Zustandsraummodell kann nun eine Berechnung eines entsprechenden Reglers vorgenommen werden. Dabei soll das Verfahren der Polverschiebung angewendet werden. Dazu ist es zweckmäßig die Eigenwerte des Systems zu berechnen. Dies erfolgt mit dem Matlab Befehl  $\text{eig}(A_d)$ :

$$z_i = [1,1390 \ 0,8775 \ 1 \ 0,9335] \quad (2.24)$$

Es ist zu sehen, dass ein Pol außerhalb des Einheitskreises und ein anderer auf dem Einheitskreis liegt. Damit ist das System instabil. Bei dem Verfahren der Polverschiebung werden die Pole mittels des Rückführvektors  $f^T$  nun so verschoben, dass diese innerhalb des Einheitskreises liegen und das System somit stabil ist. Bei diesem Verfahren wird die Regelungsnormalform des Modells vorausgesetzt. Ist dies nicht der Fall, muss vorher eine Transformation des Modells in die Regelungsnormalform erfolgen. Der Rückführvektor  $f^T$  enthält dann die Verschiebung der Koeffizienten der charakteristischen Gleichung und die Transformationsmatrix. Diese Berechnungsschritte (Transformation, Verschiebung der Pole, Berechnung von  $f^T$ ) liefert der Matlab Befehl  $\text{ft}=\text{ACKER}(A_d, b_d, \lambda_{pd})$ . Im Folgenden werden drei verschiedene Rückführvektoren für entsprechend drei verschiedene Polvorgaben realisiert.

## 2.7.1 Fall a)

Polvorgabe:

$$\lambda_{pd} = [0,74 \quad 0,7 \quad 0,74 \quad 0,7] \quad (2.25)$$

berechneter Rückführvektor  $f_T$ :

$$f_a^T = [-1791,8 \quad -702,6 \quad -1988,6 \quad -431,4] \quad (2.26)$$

## 2.7.2 Fall b)

Polvorgabe nahe dem Einheitskreis:

$$\lambda_{pd} = [0,98 \quad 0,8775 \quad 0,98 \quad 0,9335] \quad (2.27)$$

berechneter Rückführvektor  $f_T$ :

$$f_b^T = [-0,9597 \quad -13,5054 \quad -85,5802 \quad -19,6540] \quad (2.28)$$

## 2.7.3 Fall c)

Polvorgabe:

$$\lambda_{pd} = [0,881 \quad 0,844 \quad 0,881 \quad 0,844] \quad (2.29)$$

berechneter Rückführvektor  $f_T$ :

$$f_c^T = [-101,4968 \quad -95,7288 \quad -364,9997 \quad -83,82] \quad (2.30)$$

## 2.8 Berechnung des Vorfilter p

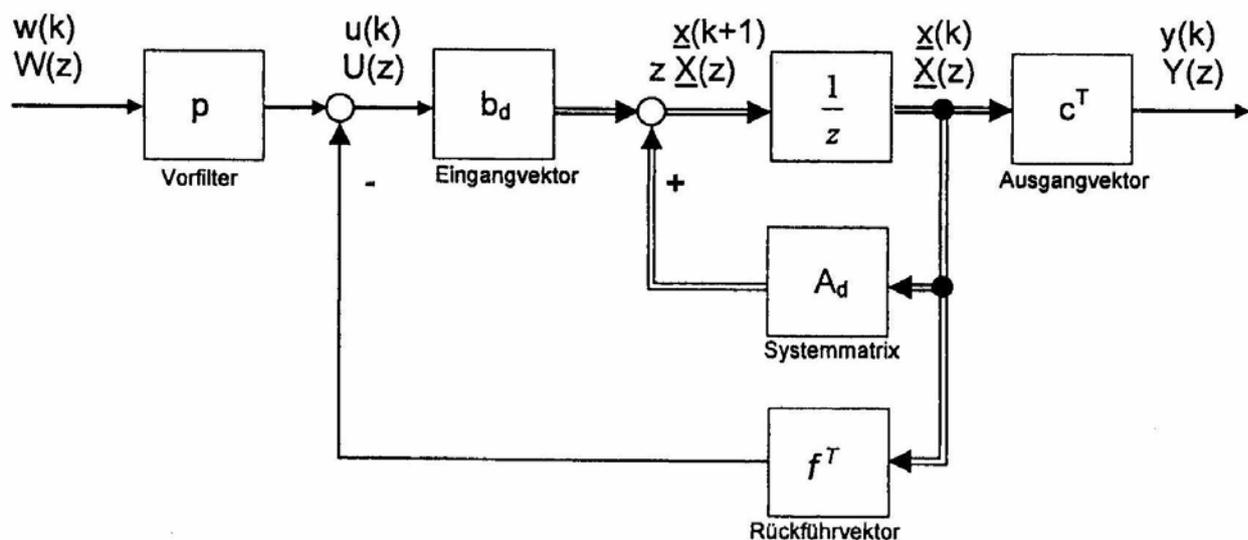


Abbildung 6 Zeitdiskretes Modell mit Zustandsrückführung und Vorfilter

Die Wagenposition soll durch Vorgabe eines Sollwertes exakt eingehalten werden. Durch das P-Verhalten der Regelung existiert jedoch eine bleibende Regelabweichung. Das Vorfilter  $p$  gewährleistet, dass die Ausgangsgröße im stationären Zustand mit der Führungsgröße übereinstimmt.

Nach Abbildung 6 ergibt sich die Steuerung zu:

$$u(k) = p \cdot w(k) - f^T \cdot \underline{x}(k) \quad (2.31)$$

Daraus ergibt sich das zeitdiskrete Zustandsraummodell für den geschlossenen Regelkreis zu:

$$\underline{x}(k+1) = (A_d - b_d \cdot f^T) \cdot \underline{x}(k) + b_d \cdot p \cdot w(k) \quad (2.32)$$

$$y(k) = c^T \cdot \underline{x}(k) \quad (2.33)$$

Durch z-Transformation der Gleichung (2.32) und (2.33) erhält man die z-Übertragungsfunktion für das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises:

$$G(z) = c^T \cdot (z \cdot I - A_d + b_d \cdot f^T)^{-1} \cdot b_d \cdot p \quad (2.34)$$

Aus dieser Gleichung und der Forderung für stationäre Genauigkeit des Regelkreises (Gleichung (2.35)) kann der Vorfilter p berechnet werden:

$$y(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = 1 \text{ mit } w(k) = 1 \quad (2.35)$$

$$y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z}{z-1} \cdot G(z) \cdot (z-1) = 1 \quad (2.36)$$

$$y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z}{z-1} \cdot c^T \cdot (z \cdot I - A_d + b_d \cdot f^T)^{-1} \cdot b_d \cdot p \cdot (z-1) = 1 \quad (2.37)$$

$$p = (c^T \cdot (I - A_d + b_d \cdot f^T)^{-1} \cdot b_d)^{-1} \quad (2.38)$$

Zur einfacheren Berechnung der drei Vorfilter wird der Matlab Befehl `p=inv(c·inv(eye(4)-Ad+bd·fT)·bd)` angewandt.

### 2.8.1 Berechnung des Vorfilter nach Fall a)

Aus Gleichung (2.38) und Gleichung (2.26) ergibt sich der Vorfilter zu:

$$p_a = -1791,8 \quad (2.39)$$

### 2.8.2 Berechnung des Vorfilter nach Fall b)

Aus Gleichung (2.38) und Gleichung (2.28) ergibt sich der Vorfilter zu:

$$p_b = -0,9597 \quad (2.40)$$

### 2.8.3 Berechnung des Vorfilter nach Fall c)

Aus Gleichung (2.38) und Gleichung (2.30) ergibt sich der Vorfilter zu:

$$p_c = -101,4958 \quad (2.41)$$

## 2.9 Simulation der entworfenen Regler

Die in Kapitel 2.7 berechneten Rückführvektoren und die in Kapitel 2.8 ermittelten Vorfilter werden nun in das in Kapitel 2.4 vorgestellte Simulationsschaltbild eingefügt und entsprechend ausgewertet.

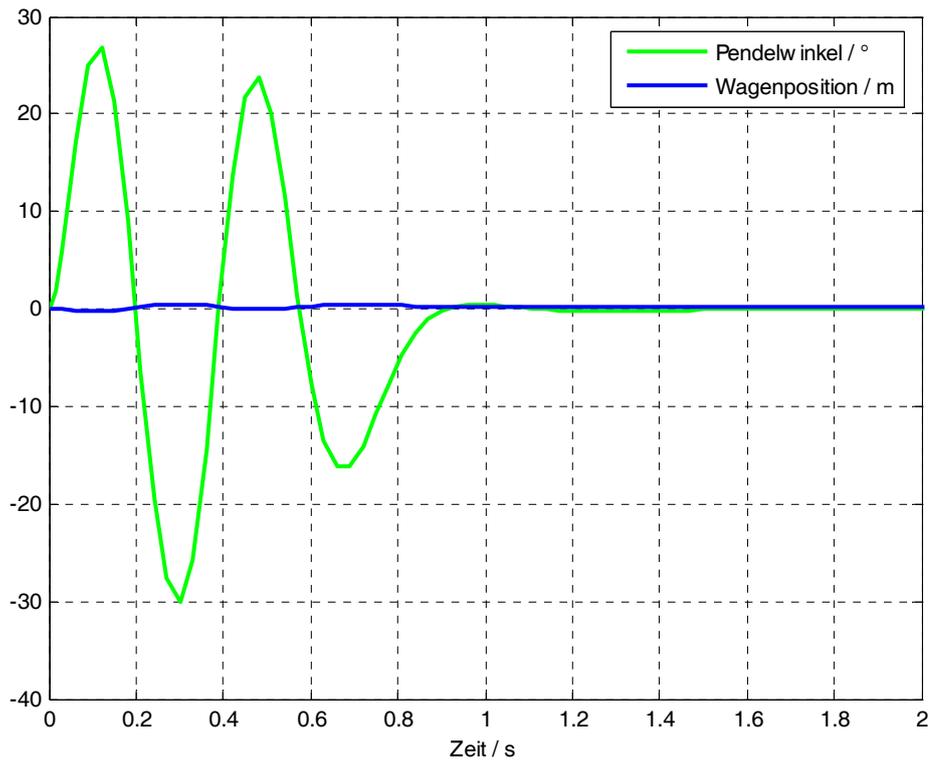


Abbildung 7 Simulationsergebnis mit Reglereinstellungen Fall a)

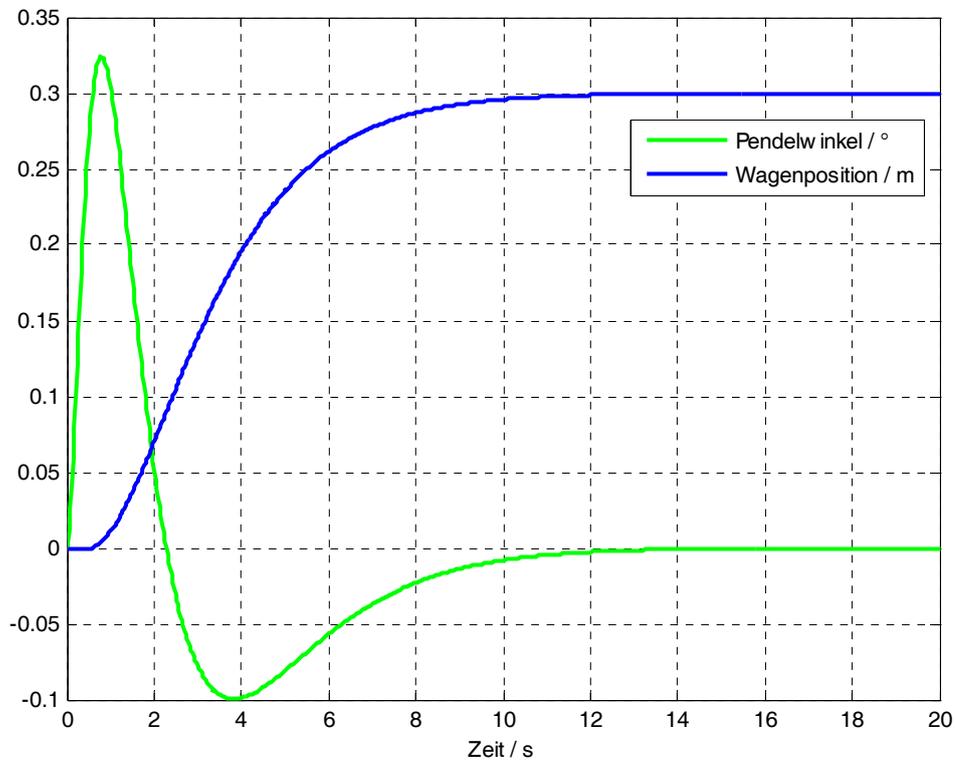


Abbildung 8 Simulationsergebnis mit Reglereinstellungen Fall b)

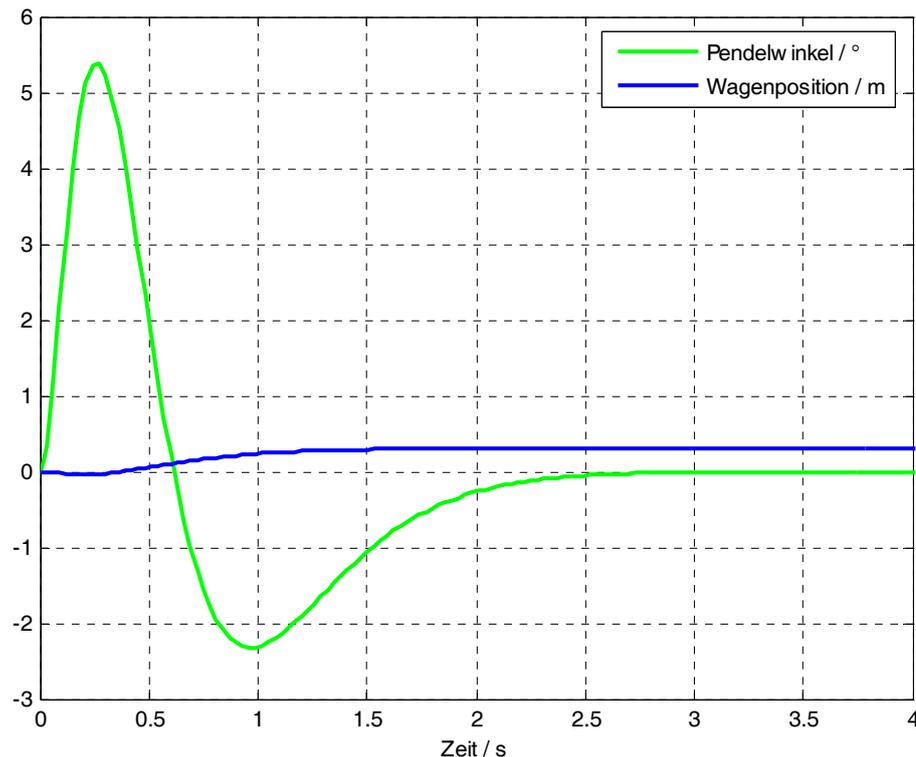


Abbildung 9 Simulationsergebnis mit Reglereinstellungen Fall c)

## 2.10 Diskussion der Simulationsergebnisse

### 2.10.1 Simulationsergebnis Fall a)

In Abbildung 7 ist das anfänglich starke Schwingen des Pendelwinkels von bis zu  $30^\circ$  zu sehen. Die Sollwertposition, sowie der Pendelwinkel von  $0^\circ$  werden nach ca. 1 Sekunde erreicht. Der Regler ist sehr schnell, aber das deutliche Schwingen des Pendelwinkels ist zu groß.

### 2.10.2 Simulationsergebnis Fall b)

In Abbildung 8 ist zu sehen, dass die Sollwagenposition nach ca. 14 Sekunden ohne Überschwingen direkt angefahren wird. Der Pendelwinkel erreicht dabei ohne merkliches Schwingen, ebenfalls nach ca. 14 Sekunden, seinen Sollwert. Der Regler ist sehr genau aber entsprechend langsam.

### 2.10.3 Simulationsergebnis Fall c)

In Abbildung 9 ist das Simulationsergebnis der Reglereinstellungen nach Fall c) dargestellt. Der Pendelwinkel erreicht nach ca. 2,5 Sekunden seinen Sollwert. Das anfängliche Schwingen des Pendelwinkels von bis zu  $5^\circ$  kann dabei akzeptiert werden. Die Sollwagenposition wird nach ca. 1,5 Sekunden erreicht. Dabei ist ein anfängliches Unterschwingen dieser zu beobachten, was auf ein nichtminimalphasiges System hindeutet. Dieser Regler ist entsprechend schnell und weist ein geringes Schwingen des Pendelwinkels auf.

### 3 Versuchsauswertung

#### 3.1 Sprungantwort des Wagens

Im Folgenden werden die gemessene Sprungantworten des Wagens und der Simulation gegenübergestellt.

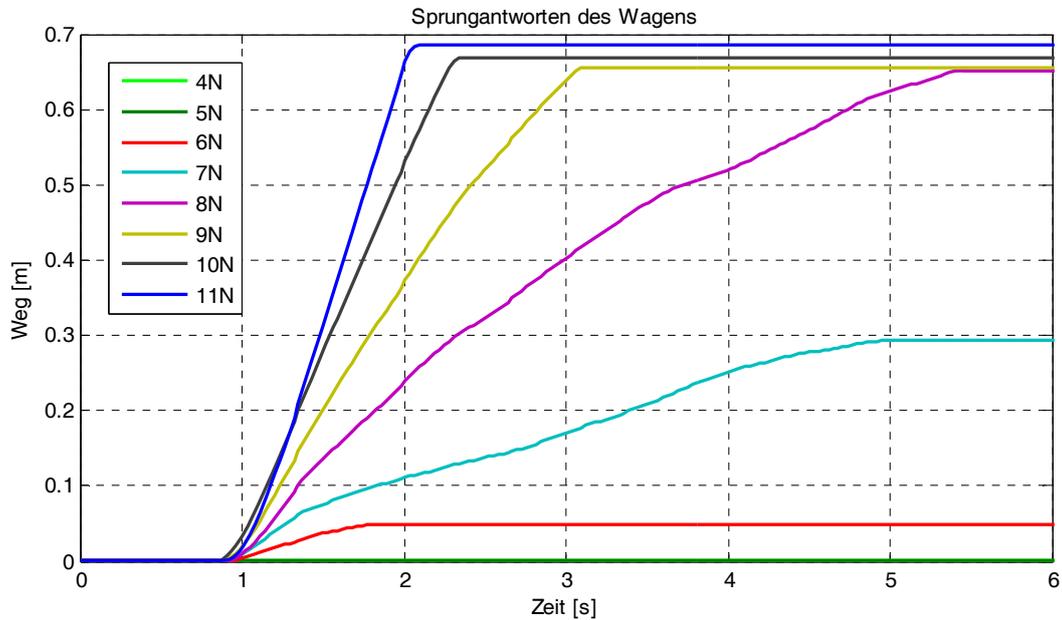


Abbildung 10 gemessene Sprungantwort des Wagens bei verschiedenen Stellkräften

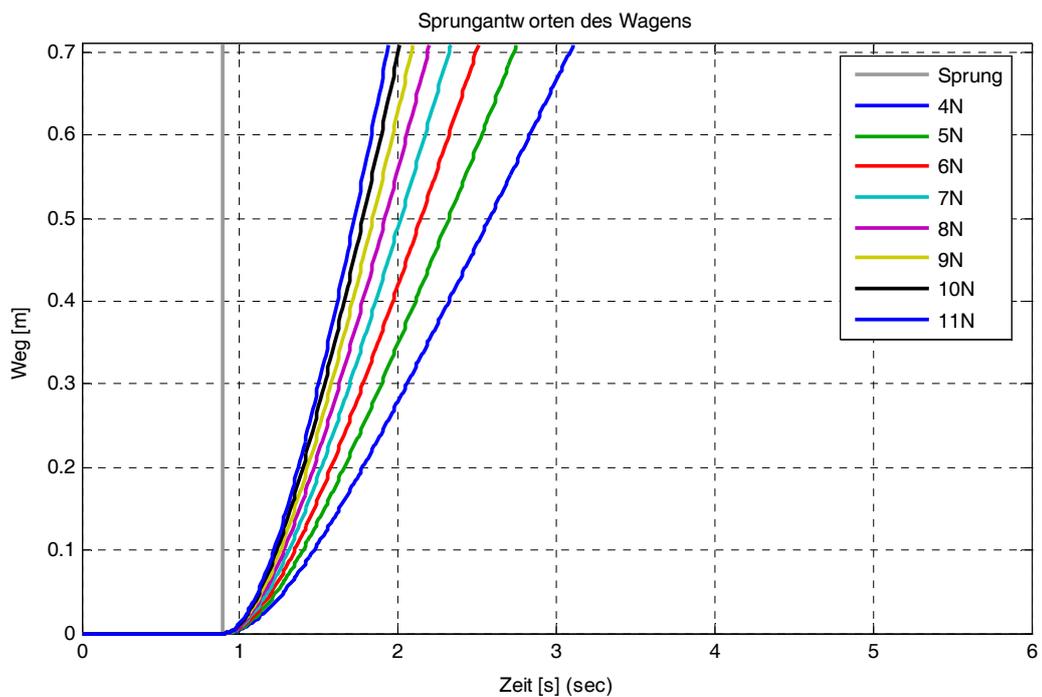


Abbildung 11 simulierte Sprungantwort des Wagens bei verschiedenen Stellkräften

In den gemessenen Sprungantworten (siehe Abbildung 10) ist zu erkennen, dass sich bis zu einer Stellkraft von  $F_M=5\text{N}$  der Wagen nicht bewegt. Ab ca.  $F_M=6\text{N}$  fährt er einen bestimmten Weg und bleibt dann stehen. Bei ca.  $F_M=8\text{N}$  schafft der Wagen es bis zur Endlage. Die Messungen zeigen, dass erst eine Haftreibung von ca.  $5\text{N}$  zu überwinden ist. Des Weiteren steigt die Gleitreibung mit steigendem Weg vom Ursprung aus an.

Der Unterschied der simulierten Sprungantworten (siehe Abbildung 11) zu den gemessenen, ist dadurch zu erklären, dass bei der simulierten Antwort nur der Wagen von Bedeutung ist. In der Realität ist aber das Pendel nicht vom Wagen zu trennen. Ein weiterer Grund ist die zuvor ermittelte Haftreibung und die positionsabhängige Gleitreibung, welche nicht vollständig in das Modell eingeflossen sind. Des Weiteren gibt es am Versuchstand eine Endlage, welche nicht im Modell berücksichtigt ist.

### 3.2 Sprungantwort des Pendels

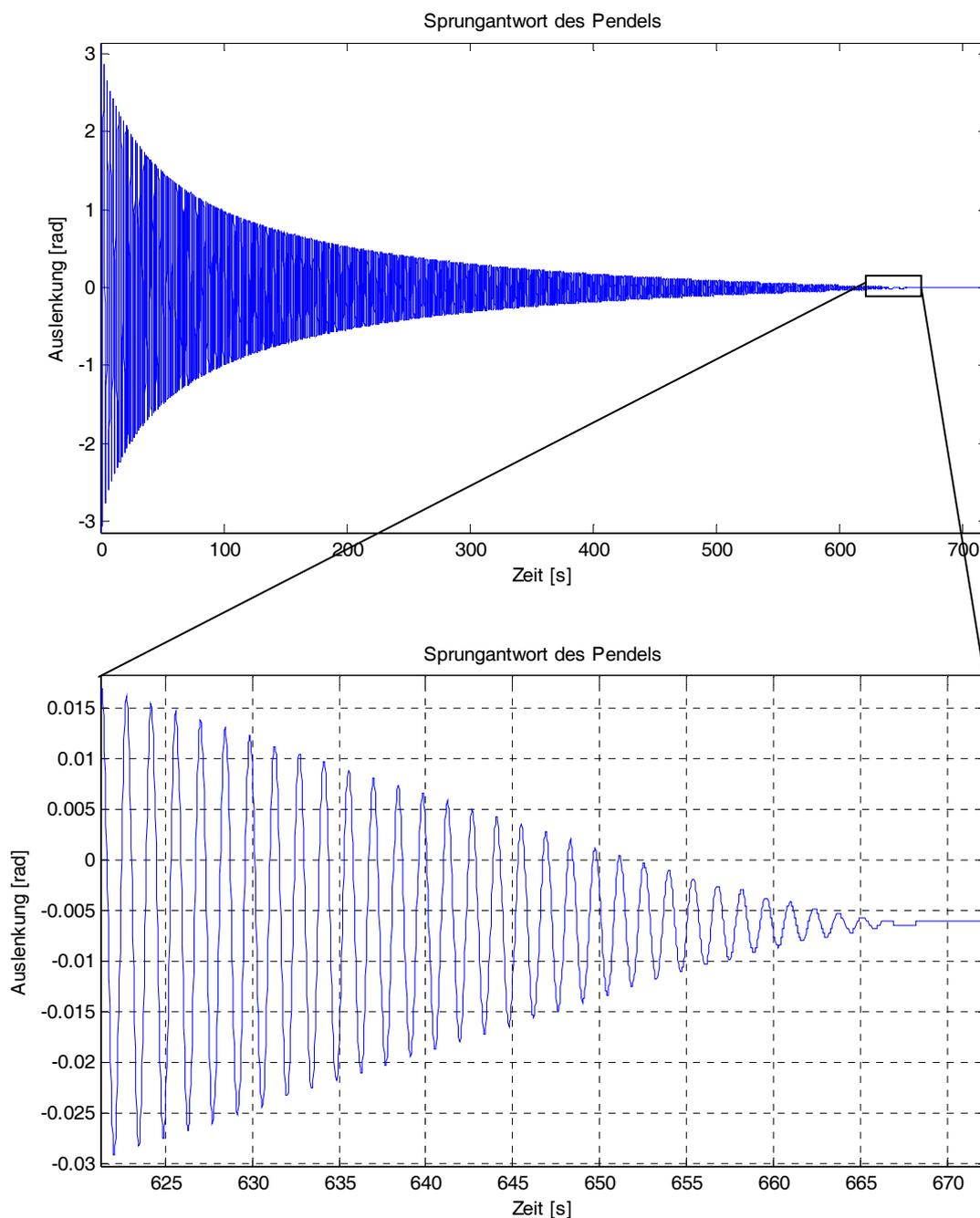


Abbildung 12

gemessene Sprungantwort des Pendels

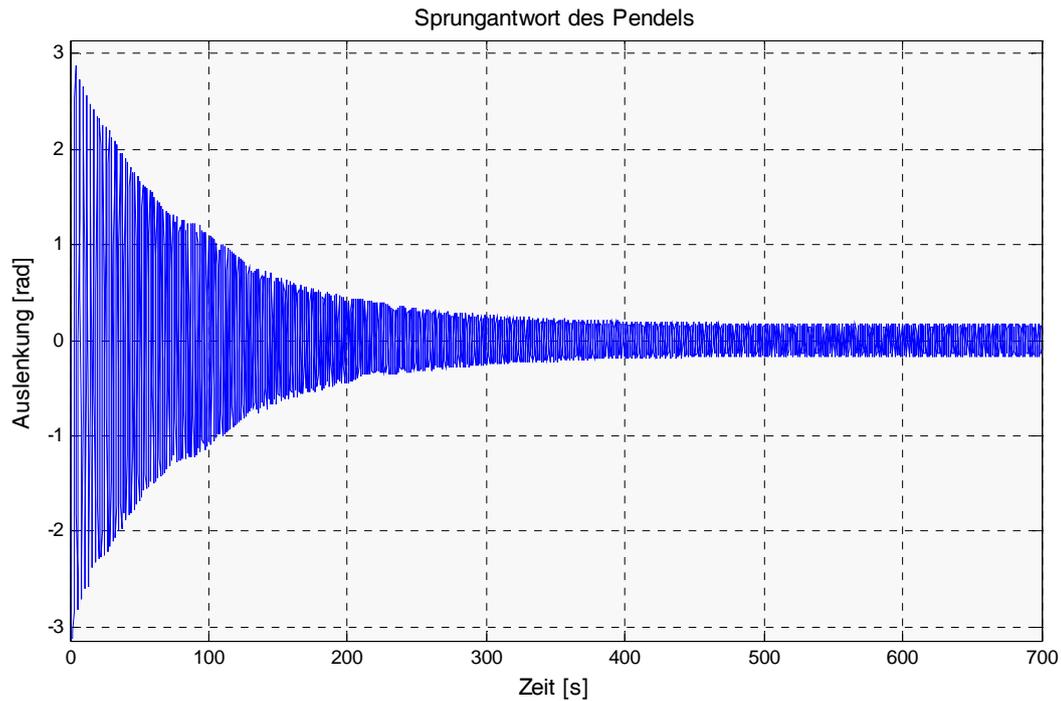


Abbildung 13      simulierte Sprungantwort des Pendels

Die simulierte Sprungantwort für das Pendel in Abbildung 13 zeigt, dass im Modell die geschwindigkeitsabhängige Reibung beachtet wurde. Das Pendel scheint gedämpft auszuschlagen. Dann wird diese aber so klein, dass sie nicht mehr zu tragen kommt und das Pendel in eine ungedämpfte Schwingung übergeht.

Dass in der Realität aber noch weitere Reibungskräfte am Pendel angreifen, zeigt sich in Abbildung 12. Hier schwingt das Pendel komplett aus.

### 3.3 Reglererprobung

Im Folgenden (vgl. Abbildung 14) wurde anhand des in der Vorbereitung ermittelten Reglers c) verschiedene Haftreibungskompensationskräfte getestet.

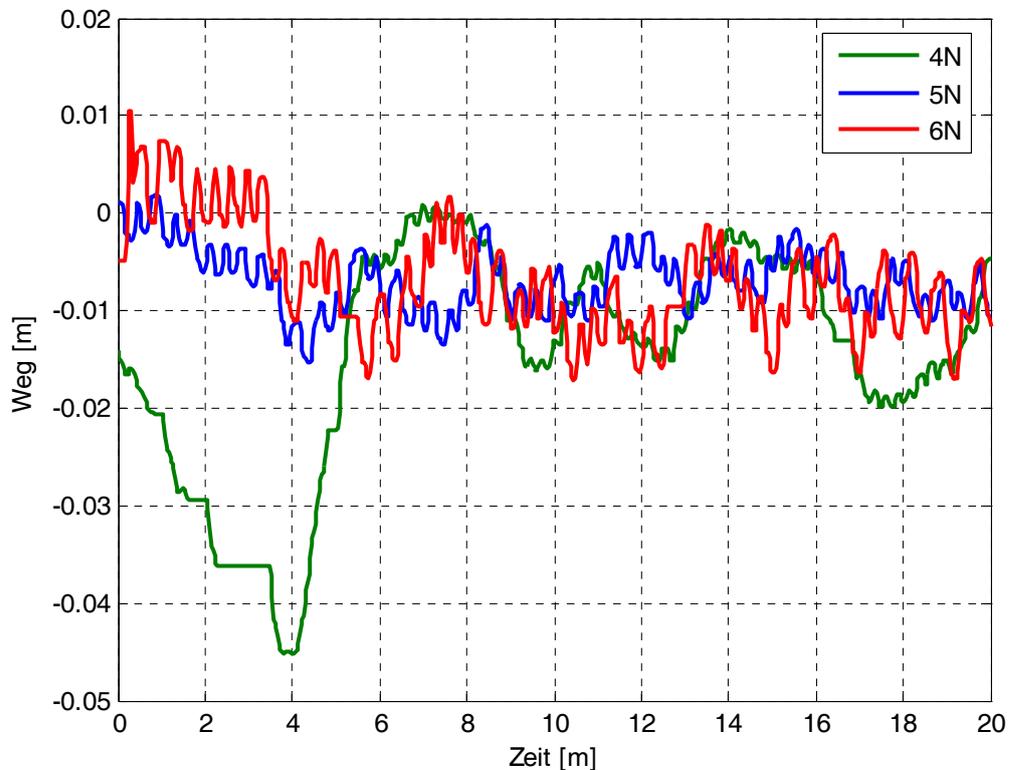


Abbildung 14 verschiedene Kompensationskräfte am Regler c)

Es wurde sich dann für einen Haftreibungs-Offset auf die Stellgröße von 5N entschieden (wird nachfolgend auch für alle anderen Reglervarianten verwendet), da 4N Offset noch zu wenig waren und bei 6N sich eine gewisse Instabilität abzeichnete. Es sollte erwähnt werden, dass der Offset immer das gleiche Vorzeichen haben muss, wie die Stellgröße vom Regler selber, da dieser sonst kontraproduktiv in eine Richtung wirken würde. Erreichbar ist das einfach mit der mathematischen Signumfunktion.

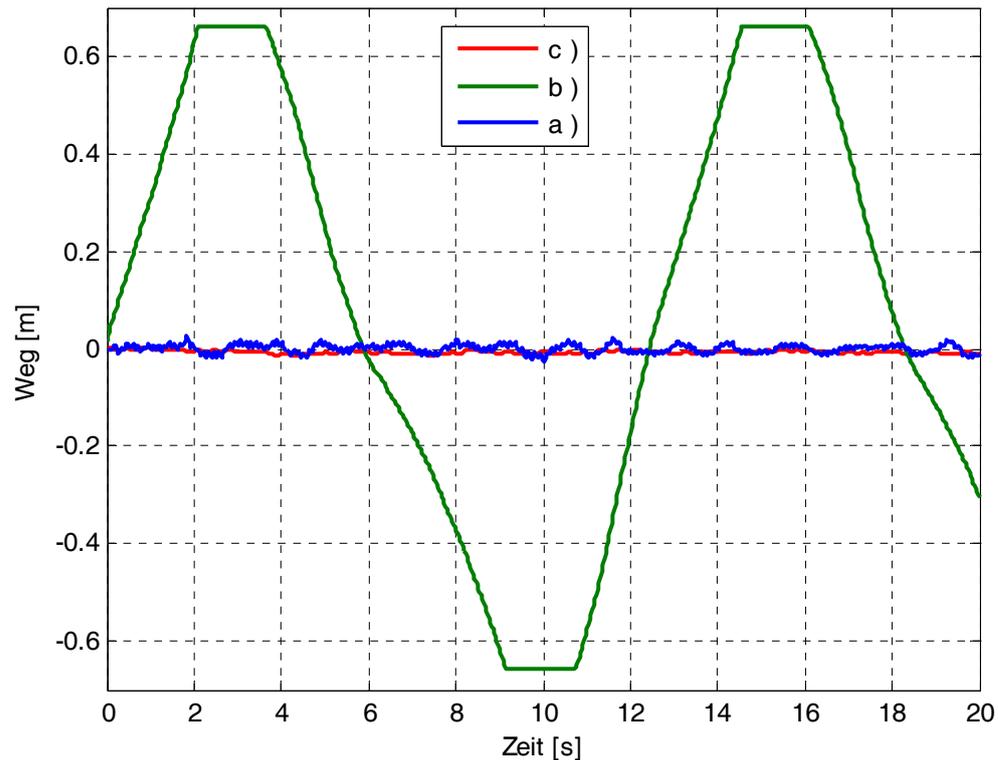


Abbildung 15 Vergleich der berechneten Regler

In Abbildung 15 ist zu erkennen, dass der Regler b) die Sollwertvorgabe nicht einhalten kann. Er steuert den Wagen immer in die Endlage. Dabei schwingt das Pendel fast um  $360^\circ$ . Es wird versucht das Pendel von der anderen Seite aufzufangen. Der Wagen steuert dadurch auf die andere Endlage zu. Eine Ursache könnte die geringe Verstärkung des Reglers b) sein, welche die Trägheit begründet.

Bei den anderen beiden Reglervarianten scheint es keinen großen Unterschied zu geben. Dazu wurden in Abbildung 16 nur diese verglichen.

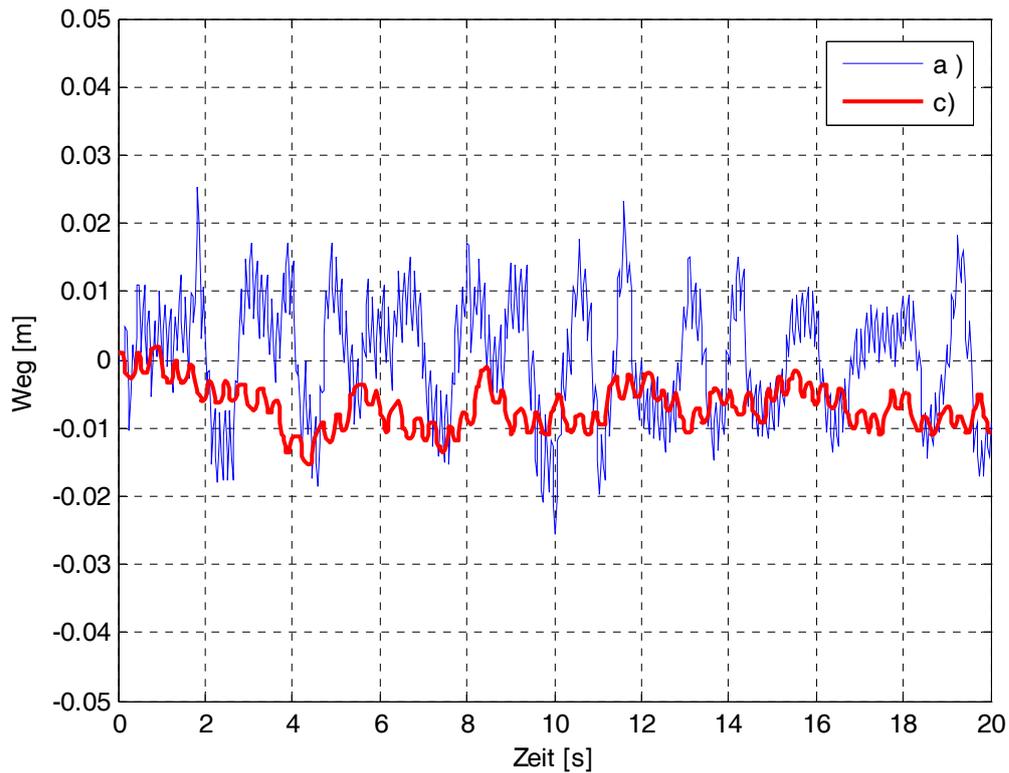


Abbildung 16 Vergleich zwischen Regler a) und c)

Reglervariante a) hat in dem Rückführvektor die größte Verstärkung. Dies erklärt auch das größere Schwingen um den Sollwert von 0m, da sich Regelabweichungen stärker auf das Stellglied auswirken. Reglervariante c) zeigt von allen drei Reglern das beste Verhalten. Man erkennt zwar auch noch eine Regeldifferenz, diese liegt in dem Versuch aber bei maximal 1,5cm.

### 3.4 Führungsverhalten

Um das Führungsverhalten des Regler c) zu testen, wurde der Sollwert der Position alle 10 Sekunden verändert.

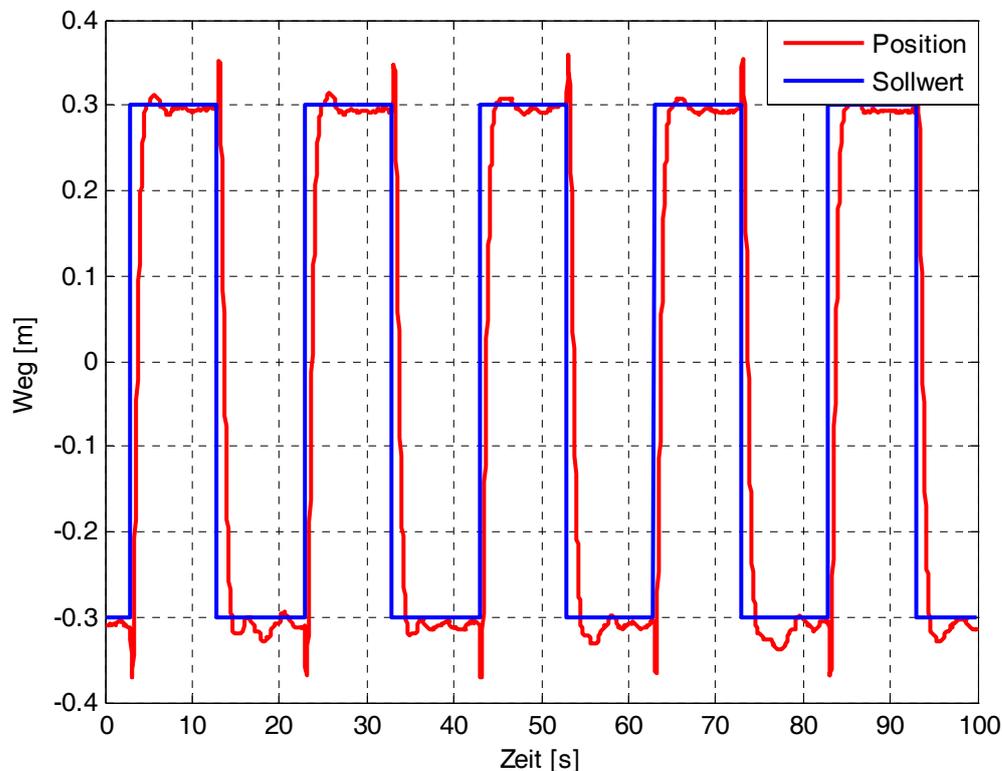


Abbildung 17 Führungsverhalten der Reglervariante c) bei 0,5Hz

Man erkennt in Abbildung 17, dass ca. 5 Sekunden nach dem die Sollwertänderung erfolgte, der Wagen mit aufgerichtetem Pendel seinen statischen Endwert mit Überschwingen erreicht. Dabei ist ein Unterschied im Einschwingverhalten bei den unterschiedlichen Sollwertpositionen zu verzeichnen. Auf der einen Seite ist das Überschwingen etwas größer, welches auf unterschiedliche Streckenparameter in Abhängigkeit zur Position des Wagens deutet. Dieses wurde schon beim Aufzeichnen der Sprungantwort des Wagens festgestellt.

## 4 Zusammenfassung

Beim Vergleich der drei ermittelten Regler mit Vorgabe der Polstellen, wurde Regler c) als beste Lösung, für die Aufgabe das Pendel in senkrechter Position zu halten und eine bestimmte Position anzufahren, bestimmt. Die Reglervariante b), mit geringstem Abstand zur Stabilitätsgrenze, zeigte sich für die Aufgabe als nicht brauchbar. Regler a), mit größtem Abstand zur Stabilitätsgrenze, zeigte ein zu großes Schwingen um den Führungswert.