

# 1 Aufgabenstellung

Für welche Werte  $x$  ist die folgende Ungleichung erfüllt?

$$\frac{|x+4|}{|2x+1|} < 1 \quad (1)$$

## 2 Lösung

Zuerst Ungleichung (1) mit  $|2x+1|$  multiplizieren, damit die eventuelle Nullstelle aus dem Nenner verschwindet, später wird dadurch die Rechnung anschaulicher:

$$|x+4| < |2x+1| \quad (2)$$

Dann Fallunterscheidung:

- $x < -4$
- $-4 \leq x < -\frac{1}{2}$
- $x \geq -\frac{1}{2}$

Wichtig sind hier die Stellen, an denen die Ausdrücke innerhalb der Betragstriche das Vorzeichen wechseln, der Grund dafür wird hoffentlich später klar.

### 2.1 1. Fall: $x < -4$

In diesem Fall ist

$$|x+4| = -(x+4) \quad (3)$$

und

$$|2x+1| = -(2x+1) \quad (4)$$

Wenn wir (3) und (4) in (2) einsetzen, erhalten wir

$$-(x+4) < -(2x+1) \quad (5)$$

$$x+4 > 2x+1 \quad (6)$$

$$3 > x \quad (7)$$

Weil sowieso gilt  $x < -4$ , ist der Nährwert von (7) in diesem Fall gering:

$$x \in ]-\infty, -4[ \quad (8)$$

### 2.2 2. Fall: $-4 \leq x < -\frac{1}{2}$

In diesem Fall ist

$$|x+4| = x+4 \quad (9)$$

und

$$|2x+1| = -(2x+1) \quad (10)$$

Wenn wir (9) und (10) in (2) einsetzen, erhalten wir

$$x + 4 < -2x - 1 \quad (11)$$

$$3x < -5 \quad (12)$$

$$x < -\frac{5}{3} \quad (13)$$

Mit der Voraussetzung für diesen Fall ( $-4 \leq x < -\frac{1}{2}$ ) folgt daraus:

$$x \in \left[-4, -\frac{5}{3}\right[ \quad (14)$$

### 2.3 3. und letzter Fall: $x \geq -\frac{1}{2}$

In diesem Fall ist

$$|x + 4| = x + 4 \quad (15)$$

und

$$|2x + 1| = 2x + 1 \quad (16)$$

Einsetzen von (15) und (16) in (2):

$$x + 4 < 2x + 1 \quad (17)$$

$$x + 3 < 2x \quad (18)$$

$$3 < x \quad (19)$$

Mit der Voraussetzung für diesen Fall ( $x \geq -\frac{1}{2}$ ) – die in diesem Fall keinen Einfluss auf das Ergebnis hat – folgt daraus:

$$x \in ]3, \infty[ \quad (20)$$

### 2.4 Zusammenfassung der drei Lösungen

Wir haben herausgefunden:

$$x \in ]-\infty, -4[$$

$$x \in \left[-4, -\frac{5}{3}\right[$$

$$x \in ]3, \infty[$$

Diese drei Aussagen zusammengefasst ergeben die gewünschten Ergebnisse:

$$x < -\frac{5}{3} \quad \vee \quad x > 3$$

## 3 Schlusswort

Möglicherweise war das ganze etwas unverständlich, aber ich habe jetzt immerhin etwas  $\text{\LaTeX}$  gelernt.

Grüße,  
;Matthias