Kleines Beispiel fürs erste Verständnis des ach so komplizierten Kalmanfilters

http://de.wikipedia.org/wiki/Kraft

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m}\vec{F} \tag{1}$$

Jetzt hätte man ein Objekt, auf welches eine Kraft wirkt und welches sich dann bewegen kann. In komponenten und mit dem Punkt drüber als zeitliche Ableitung

$$\dot{v}_x = \frac{1}{m}F_x \tag{2}$$

$$\dot{v}_y = \frac{1}{m}F_y \tag{3}$$

$$\dot{v}_z = \frac{1}{m}F_z \tag{4}$$

Darin ist der Zustandsvektor

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \tag{5}$$

Wenn die Kraft der Eingang des Systems ist würde das Zustandsraummodell nun so aussehen

$$\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\vec{x} + \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix}\vec{u} \tag{6}$$

Wenn du jetzt ein sensor die x-Geschwindigkeit messen kann, würde die Messgleichung so aussehen

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\vec{x} \tag{7}$$

Diese Gleichungen würden etwa auf ein Punktfürmiges Ufo im schwerelosen Raum zutreffen :-)

Jetzt versuch dich mal selbst und bau noch eine Schwerkraft ein, welche in z-Richtung nach unten zeigt.

$$F_z = mg \tag{8}$$

Oder vielleicht eine Reibung abhängig von der Geschwindigkeit

$$\vec{F} = \vec{v}k_{Reibung} \tag{9}$$

Dann bekommst du auch Werte in die Systemmatrix.

Tabelle 1: Erklärung der Variablen aus den Gleichungen des Kalman-Bucy-Filters

Filtergröße	Symbol	Dimension
Eingangsvektor	$\vec{u}$	$n_u \times 1$
Zustandsvektor	$\vec{x}$	$n_x \times 1$
Messvektor	$\vec{z}$	$n_z \times 1$
Systemmatrix	$\boldsymbol{A}$	$n_x \times n_x$
Eingangsmatrix	$\boldsymbol{B}$	$n_x \times n_u$
Ausgangsmatrix	$\boldsymbol{C}$	$n_z \times n_x$
Kovarianz des Modells	$\boldsymbol{Q}$	$n_x \times n_x$
Kovarianz der Messung	$\boldsymbol{R}$	$n_z \times n_z$
Kovarianz der Zustandsschätzung	$\boldsymbol{P}$	$n_x \times n_x$
Kalman-Verstärkung	$\boldsymbol{K}$	$n_x \times n_z$

Die Gleichungen des Kalman-Bucy Filters sind dann

$$\dot{\vec{x}} = \boldsymbol{A}\vec{x} + \boldsymbol{B}\vec{u} + \boldsymbol{K}\left(\vec{z} - \boldsymbol{C}\vec{x}\right) \tag{10a}$$

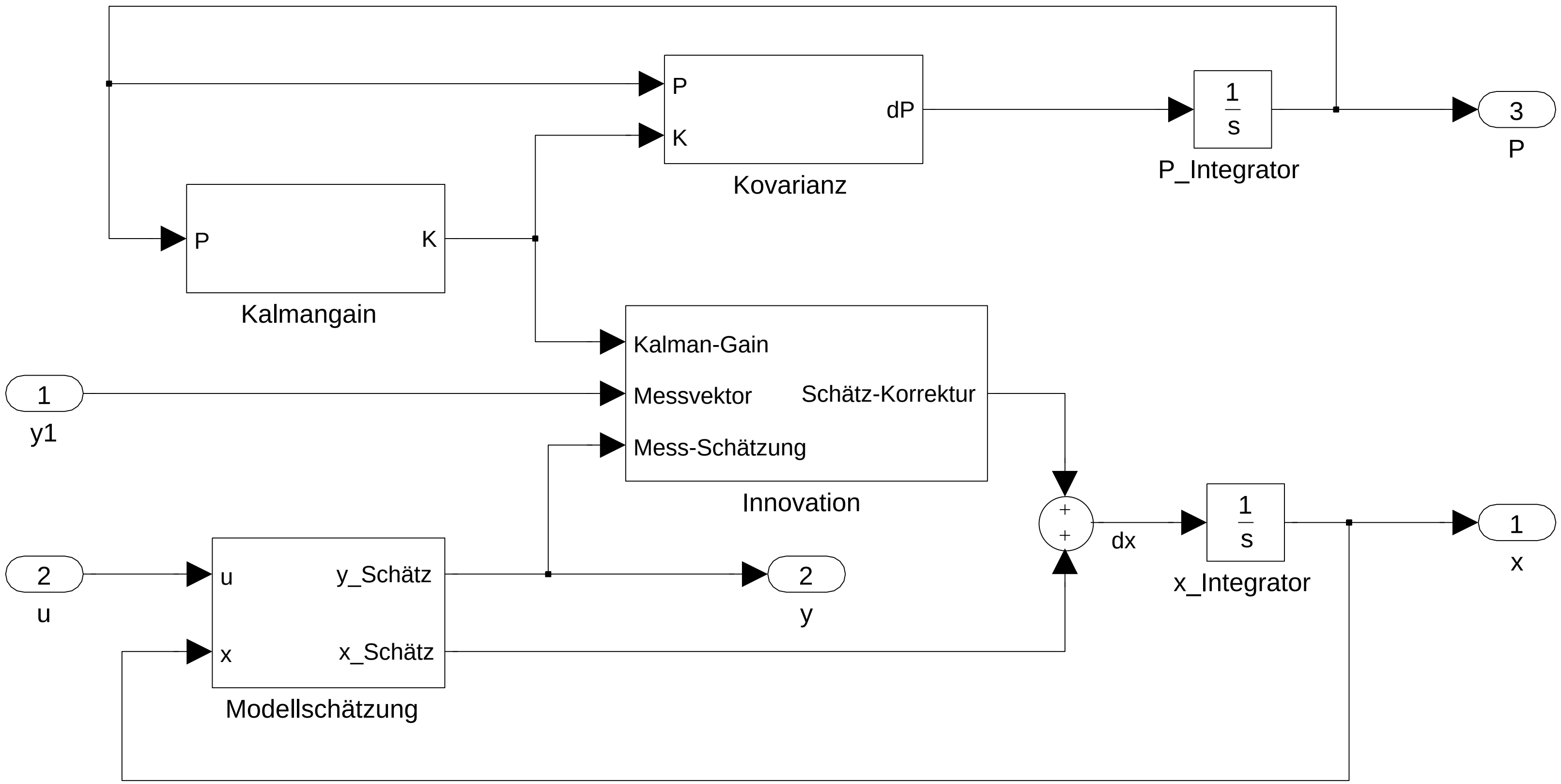
$$\dot{\mathrm{P}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}^T \tag{10b}$$

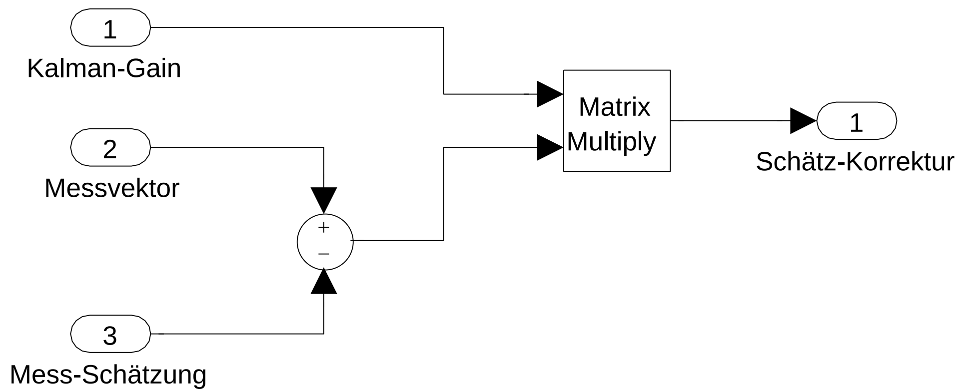
$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{R}^{-1} \tag{10c}$$

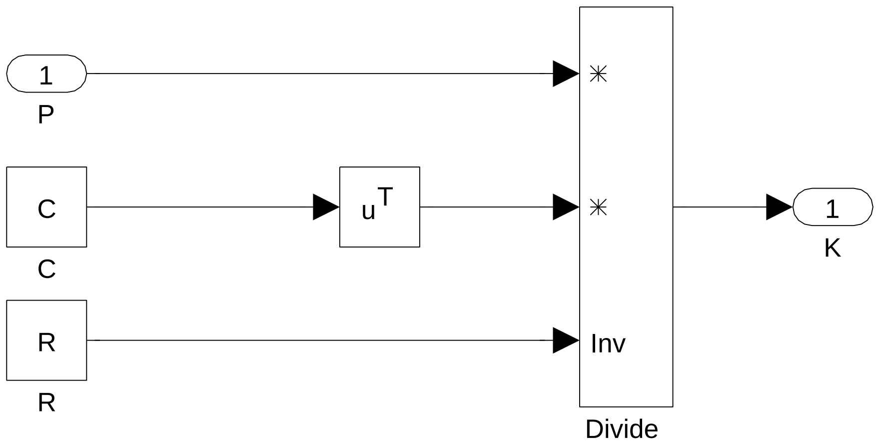
Zur Erklärung schau tabelle 1

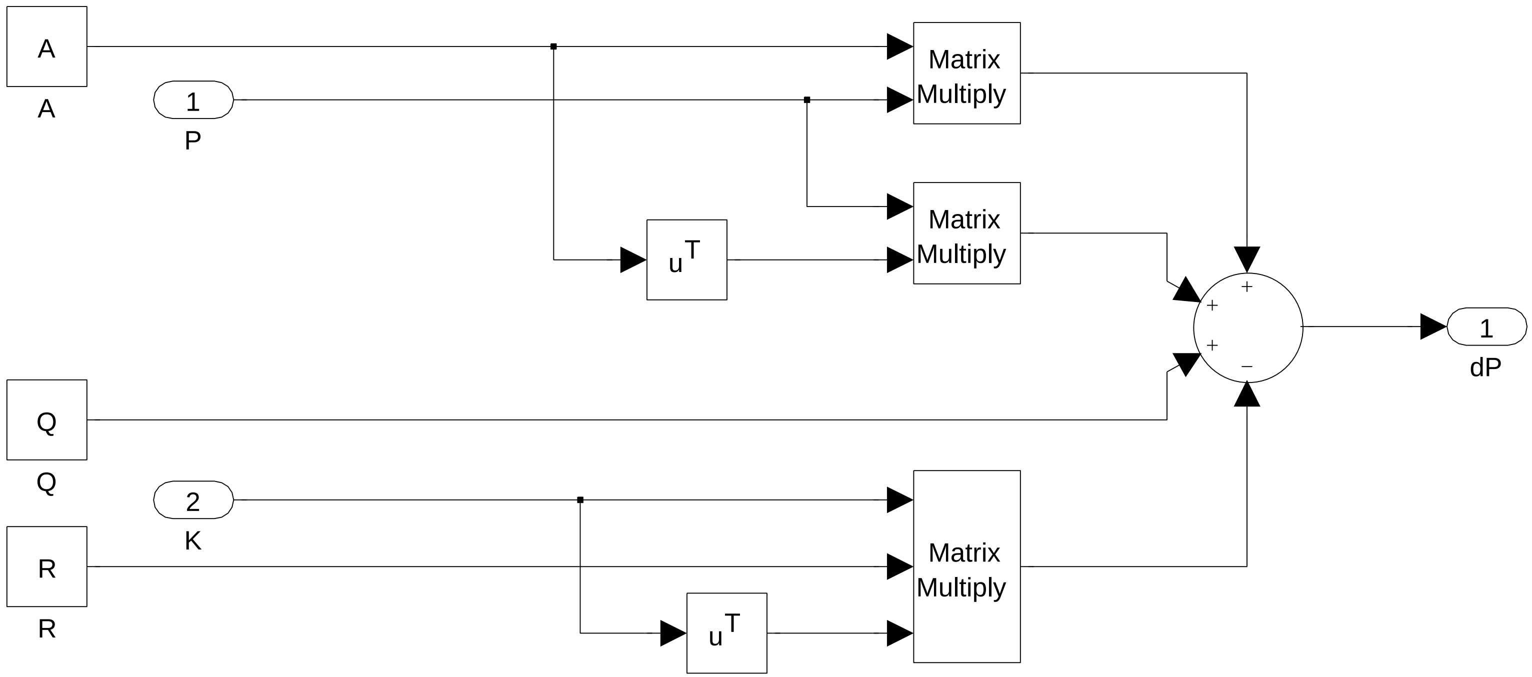
Wir brauchen also noch Q und R. Dazu mehr in Folge 2 :-)

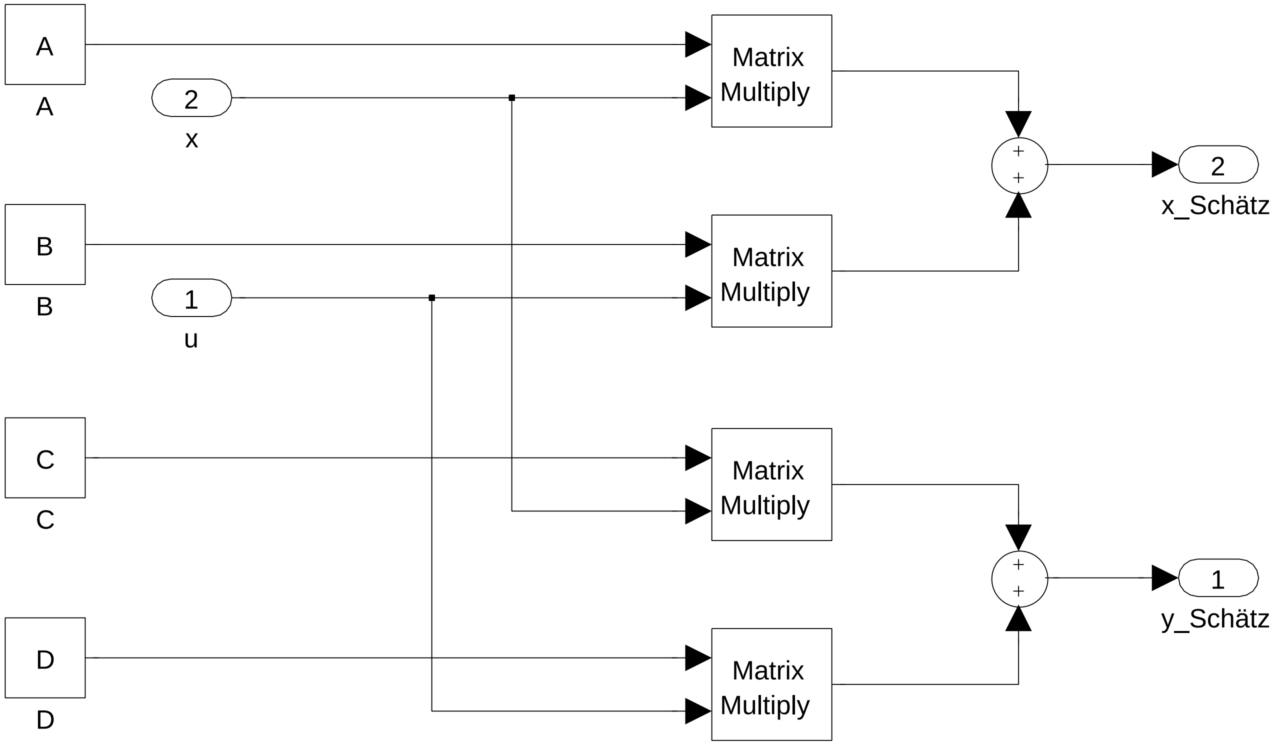
Aber schon mal n kleinen Vorgeschmack, wie Einfach es in Simulink geht:


P
dP
K
Kovarianz
1
s
P_Integrator
3
P
P
K
Kalmangain
Kalman-Gain
1
y1
Messvektor
Schätz-Korrektur
Mess-Schätzung
Innovation
+
+
dx
1
s
x_Integrator
1
x
2
u
u
y_Schätz
2
y
x
x_Schätz
Modellschätzung


1
Kalman-Gain
2
Messvektor
+
−
3
Mess-Schätzung
Matrix
Multiply
1
Schätz-Korrektur


1
P
C
C
u T
R
R
Inv
Divide
1
K


A
A
1
P
Matrix Multiply
Matrix Multiply
uT
Q
Q
2
K
R
R
uT
Matrix Multiply
+
+
+
−
1
dP


A
A
2
x
Matrix Multiply
B
B
1
u
Matrix Multiply
+
+
2
x_Schätz
C
C
Matrix Multiply
D
D
Matrix Multiply
+
+
1
y_Schätz