Gegeben ist
$\sum\limits_{r=0}^{R} \frac{1}{2^r}$

$$
\begin{aligned}
s_r &= (\frac{1}{2})^0 + (\frac{1}{2})^1 + (\frac{1}{2})^2 + ... + (\frac{1}{2})^R && (1)\\
\frac{1}{2}s_r &= (\frac{1}{2})^1 + (\frac{1}{2})^2 + ... + (\frac{1}{2})^R + 1 && (2)\\
\frac{1}{2}s_r - s_r &= (\frac{1}{2})^{R+1} - (\frac{1}{2})^0 && (3)\\
s_r &= \frac{(\frac{1}{2})^{R+1} - (\frac{1}{2})^0}{-\frac{1}{2}} && (4)\\
&= 2 - \frac{1}{2^R} && (5)
\end{aligned}
$$

Für das R setzt man jetzt log(N) ein, da bei der mathematischen Summe der Index bis einschließlich der Grenze läuft, also log(N)+1-1 = log(N)