

$$U_m = (U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}) * \frac{1}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = \left(\frac{U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}}{t_{ein}} \right) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = (U_{ein} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} - U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = (U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} * (1 - \frac{t_{aus}}{t_{ein}})$$

Nun kommt folgende Feststellung ins Spiel:

$$(1 - \frac{u_{aus}}{u_{ein}}) = (1 - \frac{t_{ein}}{t_{aus}}) | * u_{ein} * t_{aus}$$

$$u_{ein} * t_{aus} - u_{aus} * t_{aus} = u_{ein} * t_{aus} - t_{ein}$$

$$-u_{aus} * t_{aus} = -t_{ein}$$

$$u_{aus} = -\frac{t_{ein}}{t_{aus}}$$

Nun einsetzen:

$$U_m = (U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} * (1 + u_{aus})$$

Fertig!