

$$U_m = (U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}) * \frac{1}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = \left( \frac{U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}}{t_{ein}} \right) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = (U_{ein} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} - U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = (U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} * (1 - \frac{t_{aus}}{t_{ein}})$$

Damit die gewünschte Lösung entsteht, muss

$$-\frac{t_{aus}}{t_{ein}} = U_{aus} * \frac{1}{(U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}} \text{ sein}$$

Somit entsteht:

$$U_m = (U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} * (1 + U_{aus} * \frac{1}{(U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}})$$

$$U_m = (U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} + U_{aus}$$

Nun fehlt jedoch noch folgender Beweis:

$$-\frac{t_{aus}}{t_{ein}} = U_{aus} * \frac{1}{(U_{ein} - U_{aus}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}}$$