

$$U_m = (U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}) * \frac{1}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = \left(\frac{U_{ein} * t_{ein} + U_{aus} * t_{aus}}{t_{ein}} \right) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = (U_{ein} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}}) * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} + U_{aus} * \frac{t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = U_{ein} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} - U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}} * \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}}$$

$$U_m = \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} (U_{ein} - U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}})$$

Damit die gewünschte Lösung entsteht, muss
 $U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}} = U_{aus} - U_{aus} * \frac{t_{ein} + t_{aus}}{t_{ein}}$ sein

Somit entsteht:

$$U_m = \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} (U_{ein} - (U_{aus} - U_{aus} * \frac{t_{ein} + t_{aus}}{t_{ein}}))$$

$$U_m = \frac{t_{ein}}{t_{ein} + t_{aus}} * (U_{ein} - U_{aus}) + U_{aus}$$

Nun fehlt jedoch noch folgender Beweis:

$$U_{aus} * \frac{-t_{aus}}{t_{ein}} = U_{aus} - U_{aus} * \frac{t_{ein} + t_{aus}}{t_{ein}} \quad | * \frac{1}{U_{aus}}$$

$$\frac{-t_{aus}}{t_{ein}} = 1 - \frac{t_{ein} + t_{aus}}{t_{ein}} \quad | * t_{ein}$$

$$-t_{aus} = t_{ein} - (t_{ein} + t_{aus}) \quad \text{w.A.}$$

Nun aber: Fertig