Prinzip eines MLS-Echolots

Alle Echolote haben ein gemeinsames Problem: Die Störungsignale. Sie überlagern im Messumformer die Echos des gesendeten Signals und sind oft nicht davon zu unterscheiden. Man kann nur hoffen, dass sie zeitlich begrenzt sind; dann kann man warten, dass bis die Störungen verschwinden und dann erst mit der Messung beginnen. Das kann aber zu einer unzweckmässig niedrigen Messrate führen.

Es gibt aber eine Klasse von Funktionen, die besonders gut von Störungen zu unterscheiden sind und die obendrein auch noch eine verhältnismässig schnelle Berechnung der Echoprofile erlaubt. Es sind die „maximum length sequences“ (kurz „MLS“). In Verbindung mit der Auswertung der Autokorrelationsfunktion eigenen sie sich besonders gut für den Einsatz in Echoloten. Die Berechnung der Autokorrelationsfunktion ist normalerweise sehr rechenintensiv. Im Fall der MLS lässt sie sich aber stark beschleunigen und vereinfachen, indem man die Hadamardtransformation anwendet.

MLS sind eine spezielle Art von binärer Pseudozufallsfolge. Ihre Länge ist immer um Eins kleiner als eine ganzzahlige Potenz von Zwei:

$$MLS\_Länge = 2^N - 1$$

Der Exponent N heisst bei mir die „Ordnung“ der MLS. Die Berechnung von MLS beliebiger Länge ist sehr einfach.

Das Aussenden der MLS per Ultraschallwandler muss mindestens so lang dauern wie die längste Echolaufzeit. Um das Echo des Sendesignals (ich nenne sie „Anregungssignal“) von einem entfernten Reflektor noch zu erfassen, dann muss die MLS mindestens die Länge

$$Länge(MLS) = \frac{2 \cdot Reflektor\_Distanz}{Schall\_Wellenlänge} = \frac{2 \cdot Reflektor\_Distanz \cdot Schall\_Frequenz}{Schall\_Geschwindigkeit}$$

haben. Ich verwende Ultraschallwandler mit einer Arbeitsfrequenz von 40kHz. Damit ergibt sich bei 20°C Umgebungstemperatur folgende Beziehung zwischen Reichweite und MLS-Länge

Maximale Reflektordistanz (m)	**MLS-Länge (Anzahl Impulse)**	**Ordnung (Zweier-Exponent)**
0,5	127	7
1	255	8
2	511	9
4	1.023	10
8	2.047	11
15	4.095	12
30	8.191	13
60	16.383	14

Reichweiten von über 15m sind kaum zu erreichen

Um das Verfahren zu erklären, beschreibe unten die Berechnungen für ein hypothetisches Beispiel mit einer MLS der Ordnung 3; d.h. mit einer Länge von 7 Impulsen.

Ein Beispiel

Die Anregungsfunktion, die MLS der Ordnung 3, lautet

$$MLS_5 = \{ 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0 \}$$

Die Zahl 5 im Index hat mit der Erzeugung der MLS zu tun, sie wird später erklärt. Als Anregungsfunktion sollen diese Impulse über den Ultraschallwander mit einer Frequenz von 40kHz ausgesendet werden. Dazu wird zwischen je zwei MLS-Impulsen immer ein Null-Impuls eingefügt. Jeder MLS- und jeder Null-Impuls sind beide $12{,}5\,\mu s$ lang, so dass sie gemeinsam gerade die Periode des 40kHz-Ultraschallsignals ergeben. Das Ultraschallsignal besteht also aus der Folge

$$1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\ .$$

Diese Folge wird unterbrechungslos M-mal wiederholt ausgesandt. Die empfangene Amplitude wird synchron mit der Anregung gemessen. Die Messung erfolgt jeweils gleichzeitig mit dem Versenden eines Impulses der MLS-Impulsfolge

$$\begin{array}{lcccccccccccccc} Anregung & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Messzeitpunkt & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & \\ Messsignal & e_1 & & e_2 & & e_3 & & e_4 & & e_5 & & e_6 & & e_7 & \end{array} .$$

Die sieben Messwerte sind $e_{1,}\ e_{2,}\ e_{3,}\ e_{4,}\ e_{5,}\ e_{6,}\ e_7$. Die Nummer ist die Nummer des MLS-Impulses, der gleichzeitig mit der Messung ausgesendet wurde. Weil die Signalfolge M-mal wiederholt wird, werden auch M Messwerte e_1 empfangen. Um sie unterscheiden zu können, bekommen sie ausser der Nummer innerhalb der MLS-Folge auch noch die Zyklusnummer als Index angehängt

$$\begin{array}{lcccccccccccccc} 1.\,Signalfolge & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Messsignal & e_{1,1} & & e_{2,1} & & e_{3,1} & & e_{4,1} & & e_{5,1} & & e_{6,1} & & e_{7,1} & \\ 2.\,Signalfolge & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Messsignal & e_{1,2} & & e_{2,2} & & e_{3,2} & & e_{4,2} & & e_{5,2} & & e_{6,2} & & e_{7,2} & \\ \dots & \dots & & & & & & & & & & & & \dots & \\ M-te\ Signalfolge & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Messsignal & e_{1,M} & & e_{2,M} & & e_{3,M} & & e_{4,M} & & e_{5,M} & & e_{6,M} & & e_{7,M} & \end{array}$$

Der erste Index *i* gibt also den Messzeitpunkt innerhalb der MLS an, der zweite Index die Nummer des Messzyklus zwischen *1* und *M*. Alle Messwerte $e_{i,1},\ e_{i,1}, \dots e_{i,M}$ mit demselben Index i, werden aufsummiert. Aus Gründen, die weiter unten erklärt werden, beginnt die Summation aber erst, nachdem die erste MLS-Impulsfolge vollständig gesendet wurde. Am Ende der *M* Messzyklen stehen deshalb die aufsummierten Messwerte

$$E_1 = \sum_{k=2}^{M} e_{1,k} \quad , \quad E_2 = \sum_{k=2}^{M} e_{2,k} \quad , \quad \cdots \quad , \quad E_7 = \sum_{k=2}^{M} e_{7,k} \quad .$$

zur Verfügung. Der Index k läuft hier über die Messzyklen, beginnend mit dem 2. Zyklus.

Am Ende der Messungen stehen also sieben Messwerte $E_{1,}\ E_{2,}\ E_{3,}\ E_{4,}\ E_{5,}\ E_{6,}\ E_7$ zur Verfügung. Aus ihnen wird jetzt das Echoprofil berechnet, d.h. die Amplitude des reflektierten Schallsignals als Funktion der Zeit.

Zuerst wird der Roh-Messvektor $\vec{E}$ gebildet

$$\vec{E} = \left(\frac{1}{N-1}\right)\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \\ E_7 \end{pmatrix} \quad ,$$

seine Komponenten werden umgeordnet und als erste Komponente eine zusätzliche Komponente mit dem Wert Null zugefügt

$$\vec{E}\,' = \left(\frac{1}{N-1}\right)\begin{pmatrix} 0 \\ E_3 \\ E_2 \\ E_7 \\ E_1 \\ E_4 \\ E_6 \\ E_5 \end{pmatrix}$$

Die Vertauschungsvorschrift lautet: $1 \rightarrow 4, \quad 4 \rightarrow 5, \quad 5 \rightarrow 7, \quad 7 \rightarrow 3, \quad 3 \rightarrow 1$. Diese Vertauschungsvorschrift lässt sich für jede beliebige MLS_n ableiten. Bei mir heisst diese Umordnung die „inverse S-Permutation". Der neue Messvektor ist ausserdem durch die zusätzliche erste Komponente um eins länger, als der Roh-Messwertvektor.

Der Messvektor $\vec{E}\,'$ wird Hadamard-transformiert. Der Verständlichkeit halber wird der Vektor hier mit der Hadamard-Matrix $\boldsymbol{H}_8$ multipliziert - in der Praxis verwendet man statt der Matrixmultiplikation die Fast-Hadamard-Transformation. Hadamardmatrizen sind symmetrisch und die Anzahl ihrer Zeilen und Spalten ist immer eine ganzzahlige Potenz von 2; z.B. hat $\boldsymbol{H}_8$ 8 Zeilen und 8 Spalten. Das ist der Grund, weshalb der Roh-Messwertvektor $\vec{E}$ auf 8 Komponenten erweitert werden musste.

Die Transformation liefert

$$\vec{F}\,' = -\left(\frac{1}{4(M-1)}\right)\boldsymbol{H}_8\vec{E}\,'$$

$$\vec{F}\,' = -\left(\frac{1}{4(M-1)}\right)\begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ E_3 \\ E_2 \\ E_7 \\ E_1 \\ E_4 \\ E_6 \\ E_5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}\,' = -\left(\frac{1}{4(M-1)}\right)\begin{pmatrix} E_3+E_2+E_7+E_1+E_4+E_6+E_5 \\ -E_3+E_2-E_7+E_1-E_4+E_6-E_5 \\ E_3-E_2-E_7+E_1+E_4-E_6-E_5 \\ -E_3-E_2+E_7+E_1-E_4-E_6+E_5 \\ E_3+E_2+E_7-E_1-E_4-E_6-E_5 \\ -E_3+E_2-E_7+E_1+E_4-E_6+E_5 \\ E_3-E_2-E_7-E_1-E_4+E_6+E_5 \\ -E_3-E_2+E_7-E_1+E_4+E_6-E_5 \end{pmatrix}$$

Der Vorfaktor $-\left(\frac{1}{4(M-1)}\right)$ kompensiert sowohl die Summierung über die *M-1* Messzyklen als auch die Skalierung durch die $\boldsymbol{H}_8$ -Transformation. Numerisch günstig ist an deser Transformation das Fehlen von Multiplikationen. Das kommt daher, dass die Elemente der Hadamardmatrix nur die Werte „-1“ oder „+1“ haben.

Um das zeitliche Echoprofil zu berechnen, müssen nur noch die Komponenten von $\vec{F}\,'$ umgeordnet und die zusätzlich eingeführte, „nullte“ Komponente von $\vec{F}\,'$ wieder weggelassen werden. Die Vertauschung heisst „R-Permutation“ und die Vertauschungsvorschrift ist $1\rightarrow 3,\quad 3\rightarrow 2,\quad 2\rightarrow 5,\quad 5\rightarrow 6,\quad 6\rightarrow 7,\quad 7\rightarrow 1$, also

$$\vec{F}\,' = \begin{pmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{F} = \begin{pmatrix} F_7 \\ F_3 \\ F_1 \\ F_4 \\ F_2 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix}$$

Wendet man die R-Permutation auf den gerade berechneten Vektor $\vec{F}\,'$ an, dann findet man

$$\vec{F} = \left(\frac{1}{4(M-1)}\right)\begin{pmatrix} -E_3-E_2+E_7-E_1+E_4+E_6-E_5 \\ -E_3-E_2+E_7+E_1-E_4-E_6+E_5 \\ -E_3+E_2-E_7+E_1-E_4+E_6-E_5 \\ E_3+E_2+E_7-E_1-E_4-E_6-E_5 \\ E_3-E_2-E_7+E_1+E_4-E_6-E_5 \\ -E_3+E_2-E_7+E_1+E_4-E_6+E_5 \\ E_3-E_2-E_7-E_1-E_4+E_6+E_5 \end{pmatrix} .$$

Das ist das gesuchte Echo als Funktion der Zeit. Das erste Echosignal steht in der ersten , das letzte in der letzten Komponente von $\vec{F}$.

Um die Bedeutung des Ergebnisses zu verstehen, wird angenommen, es gäbe nur ein Echo, das jeweils mit einer Verzögerung um 5 Perioden am Empfänger eintrifft. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass der Raum das gesendete Signal nicht dämpft. Die Amplituden der MLS-Impulse sind

$$MLS_{5,1} = 1, MLS_{5,2} = 1, MLS_{5,3} = 0, MLS_{5,4} = 1, MLS_{5,5} = 0, MLS_{5,6} = 0, MLS_{5,7} = 1$$

und empfangen wird

$$\begin{aligned} &e_{1,1} = 0;\ e_{2,1} = 0;\ e_{3,1} = 0;\ e_{4,1} = 0;\ e_{5,1} = MLS_{5,1};\ e_{6,1} = MLS_{5,2}; \\ &\qquad e_{7,1} = MLS_{5,3} \\ &e_{1,2} = MLS_{5,4};\ e_{2,2} = MLS_{5,5};\ e_{3,2} = MLS_{5,6};\ e_{4,2} = MLS_{5,7};\ e_{5,2} = MLS_{5,1};\ e_{6,2} = MLS_{5,2}; \\ &\qquad e_{7,2} = MLS_{5,3} \\ &e_{1,3} = MLS_{5,4};\ e_{2,3} = MLS_{5,5};\ e_{3,3} = MLS_{5,6};\ e_{4,3} = MLS_{5,7};\ e_{5,3} = MLS_{5,1};\ e_{6,3} = MLS_{5,2}; \\ &\qquad e_{7,3} = MLS_{5,3} \end{aligned}$$

usw.

Während der ersten 5 Impulse kommt noch kein Echo am Empfänger an. Die Messwerte, die danach gemessen werden, stammen immer vom fünf Takte zuvor gesendeten MLS-Impuls. Das Summieren der $e_{i,1}$, $e_{i,1}, \ldots e_{i,4}$ liefert

$$\begin{aligned} E_1 &= 0+MLS_{5,3}+MLS_{5,3}+MLS_{5,3} = 0 \\ E_2 &= 0+MLS_{5,4}+MLS_{5,4}+MLS_{5,4} = 3 \\ E_3 &= 0+MLS_{5,5}+MLS_{5,5}+MLS_{5,5} = 0 \\ E_4 &= 0+MLS_{5,6}+MLS_{5,6}+MLS_{5,6} = 0 \\ E_5 &= 0+MLS_{5,7}+MLS_{5,7}+MLS_{5,7} = 3 \\ E_6 &= MLS_{5,1}+MLS_{5,1}+MLS_{5,1}+MLS_{5,1} = 4 \\ E_7 &= MLS_{5,2}+MLS_{5,2}+MLS_{5,2}+MLS_{5,2} = 4 \end{aligned}$$

Die Laufzeitverzögerung führt also zu fehlenden Messwerten in E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 . Um die Auswirkung dieser ungleichen Verteilung zu vermeiden, werden nur die Messwerte ausgewertet, die empfangen wurden, nachdem die erste MLS-Impulsfolge vollständig gesendet wurde. Die über drei Zyklen aufsummierten Messwerte sind dann

$$
\begin{aligned}
E_1 &= MLS_{5,3}+MLS_{5,3}+MLS_{5,3} = 0\\
E_2 &= MLS_{5,4}+MLS_{5,4}+MLS_{5,4} = 3\\
E_3 &= MLS_{5,5}+MLS_{5,5}+MLS_{5,5} = 0\\
E_4 &= MLS_{5,6}+MLS_{5,6}+MLS_{5,6} = 0\\
E_5 &= MLS_{5,7}+MLS_{5,7}+MLS_{5,7} = 3\\
E_6 &= MLS_{5,1}+MLS_{5,1}+MLS_{5,1} = 3\\
E_7 &= MLS_{5,2}+MLS_{5,2}+MLS_{5,2} = 3
\end{aligned}
$$

Setzt man diese Werte in den Ausdruck für $\vec{F}$ ein, bekommt man

$$
\vec{F} = -\left(\frac{1}{4\cdot 3}\right)\begin{pmatrix} -E_3-E_2+E_7-E_1+E_4+E_6-E_5\\ -E_3-E_2+E_7+E_1-E_4-E_6+E_5\\ -E_3+E_2-E_7+E_1-E_4+E_6-E_5\\ E_3+E_2+E_7-E_1-E_4-E_6-E_5\\ E_3-E_2-E_7+E_1+E_4-E_6-E_5\\ -E_3+E_2-E_7+E_1+E_4-E_6+E_5\\ E_3-E_2-E_7-E_1-E_4+E_6+E_5 \end{pmatrix} = -\left(\frac{1}{12}\right)\begin{pmatrix} -0-3+3-0+0+3-3\\ -0-3+3+0-0-3+3\\ -0+3-3+0-0+3-3\\ 0+3+3-0-0-3-3\\ 0-3-3+0+0-3-3\\ -0+3-3+0+0-3+3\\ 0-3-3-0-0+3+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\1\\0\\0\end{pmatrix}
$$

Wie man sieht, liefert das Verfahren tatsächlich das Echosignal mit der angenommenen Verzögerung von fünf Impulsen - man kann sich leicht davon überzeugen, dass es auch mit anderen Verzögerungen, Dämpfungen und auch mit überlagerten Antworten funktioniert. Entscheidend ist aber, das das Verfahren ohne den enormen Rechenaufwand auskommt, den die Korrelationsberechnung mit anderen Sendesignalen erfordert hätte. Die schnelle Hadamardtransformation benutzt nur Additionen und Subtraktionen und beschleunigt die Berechnung, verglichen mit der Matrixmultiplikation, noch zusätzlich.

Numerische Umsetzung auf Mikroprozessoren

Die MLS sind Spezialfälle der Pseudozufallsfolgen. In der Literatur wird ihre Erzeugung auf ein sogenanntes "Generatorpolynom" zurückgeführt; im Fall der hier verwendeten MLS_5 lautet das Generatorpolynom x^2+x^0 . Das Generatorpolynom ist nichts anderes als eine unnötig kompliziert verschlüsselte Binärzahl: Die Exponenten des Polynoms geben nämlich an, an welchen binären Stellen der Zahl die „Einsen“ stehen, alle anderen Stellen enthalten „Null“. Das Polynom x^2+x^0 der MLS_5 entspricht also der Binärzahl 0b101, also der „5“. Diese Zahl nenne ich im Folgenden die "Polynomzahl".

Im Programm zur Erzeugung der MLS braucht man eine Konstante des Namens „PolynomZahl“, um die Polynomzahl der MLS zu speichern. Wieviele Bytes die Konstante hat, richtet sich nach der Grösse der Polynomzahl; im Allgemeinen genügen zwei Byte.

Eine Variable mit Namen „SchiebeRegister“ mit genausovielen Bytes wie die Konstante "PolynomZahl". Sie wird mit dem Wert „1“ initialisiert. Eine weitere Variable (namens "MLS_Bit") mit einem Bit Länge (z.B. ein Flag) nimmt das aktuelle MLS-Bit auf. Das erste MLS-Bit ist ebenfalls eine „Eins“; also wird "MLS_Bit" mit dem Wert "1" initialisiert.

Das Verfahren besteht nun darin, in "SchiebeRegister" die Werte der Bits festzustellen, die an den binären Stellen stehen, an denen "PolynomZahl" den Wert "1" hat. Im Fall der MLS_5 sind das die Bits Nr. 0 und Nr. 2. Die Werte dieser Bits werden untereinander mit "XOR" verknüpft und liefern den neuen Wert von "MLS_Bit". In unserem Fall hat Bit Null von "SchiebeRegister" anfangs den Wert "1" und Bit 2 den Wert "0". Also ist der neue Wert

$$\text{MLS\_Bit} = 1\,\text{XOR}\,0 = 1$$

Nun schiebt man den Inhalt von "SchiebeRegister" um eine binäre Stelle nach links und fügt den neuen Wert von "MLS_Bit" in Bit Nr. 0 von "SchiebeRegister" ein:

$$\text{SchiebeRegister} := 2 \cdot \text{SchiebeRegister} + \text{MLS\_Bit}$$

und berechnet den nächsten Wert von "MLS_Bit" wieder genauso wie oben beschrieben.

Programmtechnisch ist das alles ziemlich leicht zu bewältigen. Nur das Abfragen der Bit-Werte von "SchiebeRegister" ist etwas aufwendig. Es geht ja darum, nur die Bits von "SchiebeRegister" auszuwerten, die an den binären Stellen stehen, an denen auch die binäre Stelle von "PolynomZahl" eine "1" enthält. Die Bits an den übrigen Binärstellen haben keinen Einfluss und müssen übersprungen werden. Am Einfachsten geht das, indem man eine Kopie von "SchiebeRegister" und eine von "PolynomZahl" gemeinsam bitweise nach rechts schiebt und nach jeder Verschiebung die Bits in der nullten Binärstelle auswertet. In das höchstwertige Bit der Kopie von "PolynomZahl" wird bei jeder Verschiebung eine "Null" eingefügt. Der Vorgang ist beendet, wenn die Kopie von "PolynomZahl" den Wert "Null" enthält.

Man braucht also drei temporäre Variablen: "KopieSchiebeRegister", "KopiePolynomZahl" und "MLS_Wert" und initialisiert sie folgendermassen:

$$\begin{aligned}&\text{KopiePolynomZahl} := \text{PolynomZahl}\\&\text{KopieSchiebeRegister} := \text{SchiebeRegister}\ \ \text{AND}\ \ \text{PolynomZahl}\\&\text{MLS\_Wert} := 0\end{aligned}$$

Anschliessend wiederholt man folgende Schritte solange, bis der Wert von "KopieSchiebeRegister" gleich Null ist:

```
SOLANGE ( "KopieSchiebeRegister" nicht gleich Null ist ) WIEDERHOLEN:
    "MLS_Wert" := "MLS_Wert" + "KopieSchiebeRegister" // LSB von "KopieSchiebeRegister"
                                    // mit aktuellem LSB von "MLS_Wert" per XOR
                                    // miteinander verknüpfen.
    "KopieSchiebeRegister" := "KopieSchiebeRegister" DIV 2  // "KopieSchiebeRegister" um
                                    // eine Binärstelle nach rechts verschieben, im MSB wird 0
                                    // eingefügt
    "KopiePolynomZahl" := "KopiePolynomZahl" DIV 2  // "KopiePolynomZahl" um eine
                                    // Binärstelle nach links verschieben, im MSB wird 0
                                    // eingefügt
```

Am Ende dieser Schleife enthält das LSB von "MLS_Wert" den neuen Wert von "MLS_Bit":

$$\text{MLS\_Bit} := \text{MLS\_Wert}\ \ \text{AND}\ \ 0\text{b}1$$

Bei diesem Verfahren wird ausgenutzt, dass die Addition zweier Binärzahlen die LSB der beiden

Summanden per "XOR" miteinander verknüpft. Ausserdem werden durch die "AND"-Verknüpfung zwischen "PolynomZahl" und "SchiebeRegister" beim Initialisieren von "KopieSchiebeRegister" alle die Bits von "SchiebeRegister" auf "Null" gesetzt werden, die an Binärstellen stehen, an denen "PolynomZahl" keine "Eins" enthält. Wenn anschliessend "KopieSchiebeRegister" und "MLS_Wert" addiert werden, dann ändert sich der Wert des LSB von "MLS_Wert" nur dann, wenn im LSB von "KopieSchiebeRegister" eine "Eins" steht.

Nachdem das neue "MLS_Bit" berechnet ist, wird es, wie oben beschrieben, gemäss

SchiebeRegister := 2·SchiebeRegister + MLS_Bit

als LSB in den um eine Binärstelle nach links verschobenen Wert von "SchiebeRegister" eingestellt. Anschliessend wird der nächste Wert von "MLS_Bit" nach derselben Methode berechnet.

Die MLS ist vollständig berechnet, wenn der gesamte Rechengang $(2^N - 1)$-mal durchlaufen wurde.

Das oben beschriebene Verfahren ermöglicht - z.B. mit einem ATmega mit 16 MHz - die Berechnung auch mit deutlich längeren MLS schnell genug auszuführen, um alle 25µs ein MLS-Bit über den Ultraschallwandler aussenden zu können. Die Rechengeschwindigkeit reicht auch aus, um innerhalb dieser 25µs das Empfangssignal zu digitalisieren und aufzusummieren.

Die Auswertung der Messwerte mit der Hadamardtransformation erfolgt erst, wenn die gewünschte Anzahl MLS-Zyklen gesendet wurden. Die Messwerte müssen bis dahin im RAM gespeichert werden. Die schnelle Hadamardtransformation ist nach dem Gauss-Verfahren (später als Cooley-Tukey-Verfahren neu "erfunden") aufgebaut und benötigt keinen zusätzlichen Speicherplatz im RAM (in-place-transfromation). Das Echoprofil für eine MLS mit einer Länge von 255 Impulsen $(\text{z.B.}\, MLS_{225})$ lässt sich damit auf einem ATmega mit 16MHz in weniger als 2,5 ms ausrechnen.

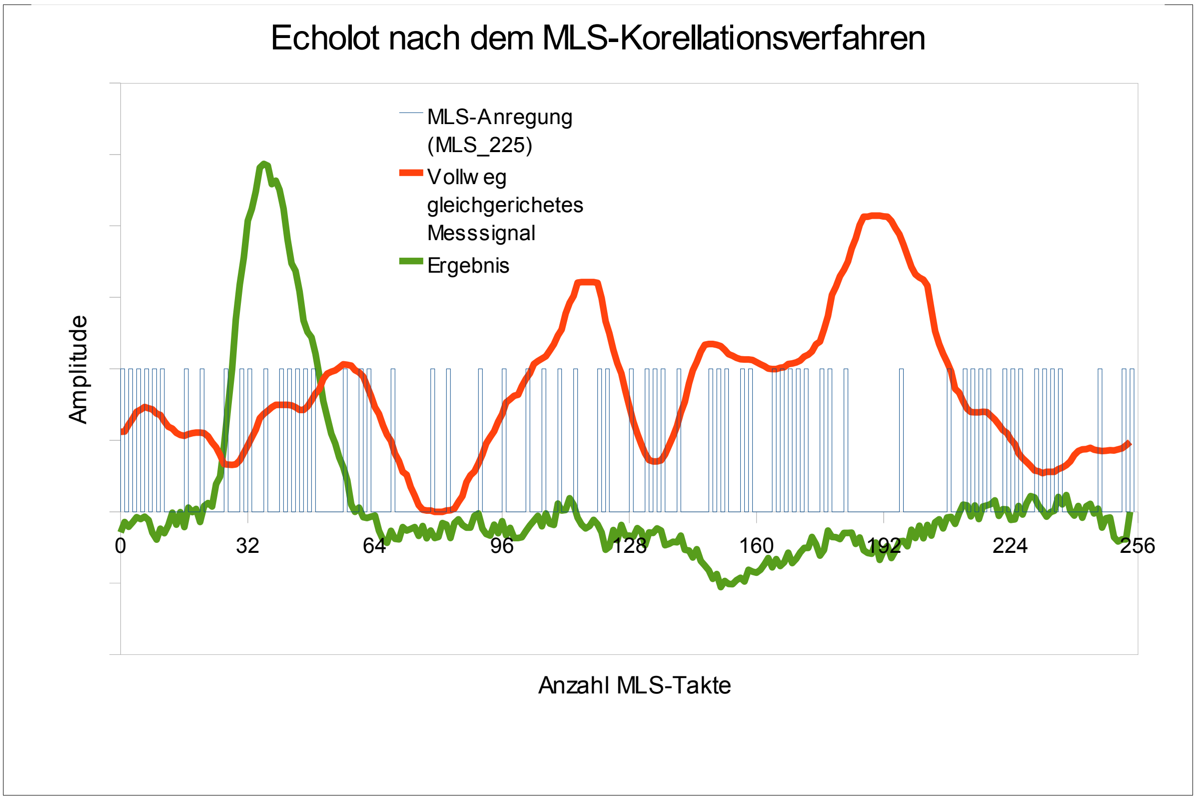
Numerische Schwierigkeiten gibt es bei dem Verfahren keine ausser denen, die durch die Geschwindigkeitsoptimierung entstehen. Es beschleunigt die Berechnungen sehr, wenn die Messwerte mit möglichst wenigen Bits dargestellt werden. Bei einer ADC-Auflösung von 8 Bits sind 2-Byte-Worte ein guter Kompromiss; man kann dann bis zu 255 Messzyklen ohne Überlauf aufaddieren. Bei der Auswertung lohnt es sich, vor der Transformation den Untergrund zu subtrahieren. Je länger die MLS ist, desto mehr dieser 2-Byte-Zahlen können sich bei der Hadamard-Transformation betragsmässig aufaddieren. Schon bei einer MLS-Länge von 255 Bit kann das Ergebnis drei Byte lang werden. Eine mögliche Gegenmassnahme besteht drain, bei jeder Stufe der schnellen Hadamardtransformation durch 2 zu dividieren.

Eine andere Möglichkeit besteht in der Skalierung der Messergebnisse. Der grösstmögliche Wert, der bei der Hadamardtransformation auftreten kann, ist gleich der Summe der Beträge aller Messwerte. Den Faktor zwischen diesem Maximalwert und der maximal darstellbaren Binärzahl kann dazu dienen, die Messwerte so zu skalieren, dass zu keinem Überlauf kommt. Man verliert dabei aber sehr an Empfindlichkeit, weil sehr viele kleine Messwerte zu Null werden.

Die Summe der Messwertbeträge liefert auch die Möglichkeit, eine automatische Verstärkungssteuerung einzubauen. Wenn der Maximalwert des berechneten Echosignals einen bestimmten Höchstwert überschreitet, kann man die Anzahl MLS-Zyklen reduzieren. Umgekehrt kann man mehr MLS-Zyklen verwenden, wenn der Maximalwert unter eine bestimmten

Mindestwert fällt. Erst wenn diese Massnahmen nicht zu einem Maximalwert im gewünschten mittleren Bereich führt, müsste man die Verstärkung der Empfängerschaltung beeinflussen.

Bei der Anwendung in einem Echolot wird das empfangene Messignal vor der Digitalisierung Vollweg-gleichgerichtet und geglättet. Man verzichtet so auf die Phaseninformation und erhält nur das Spektrum der Verzögerungszeiten und der Amplituden, mit denen das reflektierte Anregungssignal am Messaufnehmer ankommt. Die Abbildung zeigt die Signalverläufe und das Auswertungsergebnis für diese Variante.



Man kann mehrere Ultraschallsender einsetzen, die jeweils andere MLS derselben Länge aussenden. Für jede MLS ist eine andere Vertauschungsvorschrift anzuwenden. Dadurch reagiert der Auswertungsalgorithmus nur auf die eine MLS, die zu der Vertauschungsvorschrift passt. Die anderen liefern zwar ein Rauschsignal; einen deutlichen Maximalwert kann aber nur die MLS liefern, auf die der Algorithmus abgestimmt ist. Der MC könnte also zwischen den verschiedenen MLS unterscheiden und die Entfernungen zu den einzelnen Schallquellen separat bestimmen. Damit kann man eine Triangulation aufbauen (wenn die MLS-Signale mit dem Empfänger z.B. über ein Funksignal synchronisiert werden) oder (wenn nur die MLS-Signale untereinander, nicht aber mit dem Empfänger synchronisiert sind) die Laufzeitdifferenzen messen. Auch die Laufzeitdifferenzen können als Grundlage für eine Ortsbestimmung benutzt werden (analog dem LORAN-Verfahren).