

- b) Ortsvektor P₁: $\vec{r}_1 = a \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y$
 Ortsvektor P₂: $\vec{r}_2 = b \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y$
 Ortsvektor P₃: $\vec{r}_3 = b \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y$

Zu lösendes (*orientiertes*) Linienintegral:

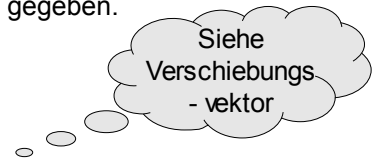
$$\int_c \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Parametrisierung der Strecke c:

Die Strecke c ist in der Form $c = \{ \vec{r} \in \mathbb{R}^2 | \vec{r} = \vec{f}(t), a \leq t \leq b \}$ gegeben.

Die Strecke $c = \overline{P_1 P_2}$ wird beschrieben durch die Funktion:

$$\begin{aligned} \vec{f}(t) &= \vec{r}_1 + t \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 1 \quad . \text{ Es gilt folglich:} \\ \vec{f}(t) &= a \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y + t \cdot ((b \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y) - (a \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y)) \quad , \\ \vec{f}(t) &= (1-t) \cdot (a \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y) + t \cdot (b \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y) \quad . \end{aligned}$$



Für das Linienintegral ergibt sich mit $\vec{r} = \vec{f}(t)$:

$$\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}_1(\vec{f}(t)) \cdot \vec{f}(t) dt \quad .$$

Durch Substitution des bestimmten Integrals ergibt sich:

$$\begin{aligned} &\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}_1(\vec{f}(t)) \cdot \frac{d\vec{f}(t)}{dt} dt \\ &\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E}_1(\vec{f}(t)) \cdot -(a \cdot \vec{e}_x + a \cdot \vec{e}_y) + (b \cdot \vec{e}_x + b \cdot \vec{e}_y) dt \\ &\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \left(\frac{-\Phi_0}{a} \cdot (\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z) \right) \cdot ((b-a) \cdot \vec{e}_x + (b-a) \cdot \vec{e}_y) dt \end{aligned}$$