

Herleitung der Friis-Formel für Kettenschaltung

Die effektive Rauschtemperatur eines Zweitores mit der Rauschzahl F und der Zusatzrauschzahl $F_Z = F - 1$ ist gegeben durch

$$T_{\text{eff}} = T_0(F - 1) = T_0 F_Z . \quad (1)$$

Dabei handelt es sich um die Rauschtemperatur einer fiktiven äquivalenten Rauschquelle am Eingang, welche gerade die zusätzliche Rauschleistung abgibt, die nach Verstärkung mit dem Gewinn G als zusätzliche Rauschleistung am Ausgang beobachtbar ist. Die Temperatur T_0 ist die Rauschtemperatur der angeschlossenen Signalquelle. Sie dient als Bezugstemperatur für die Rauschzahl F . Betrachten wir die Kettenschaltung zweier Zweitore mit den Verstärkungen G_1 und G_2 und den effektiven Rauschtemperaturen $T_{\text{eff},1}$ und $T_{\text{eff},2}$, dann beträgt die Rauschtemperatur am Ausgang des zweiten Zweitors

$$T_2 = G_2(G_1(T_0 + T_{\text{eff},1}) + T_{\text{eff},2}) = G_1 G_2 T_0 + G_1 G_2 T_{\text{eff},1} + G_2 T_{\text{eff},2} . \quad (2)$$

Beschreibt man nun die Kettenschaltung durch ihre Gesamtverstärkung $G = G_1 G_2$ und ihre effektive Rauschtemperatur T_{eff} , dann ist die Ausgangsrauschtemperatur auch gegeben durch

$$T_2 = G T_0 + G T_{\text{eff}} , \quad (3)$$

also

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_2 - G T_0}{G} . \quad (4)$$

Damit ist die Zusatzrauschzahl der Kettenschaltung

$$F_{Z,\text{ges}} = \frac{T_{\text{eff}}}{T_0} = \frac{T_2 - G T_0}{G T_0} = \frac{G_1 G_2 T_{\text{eff},1} + G_2 T_{\text{eff},2}}{G_1 G_2 T_0} = \frac{T_{\text{eff},1}}{T_0} + \frac{T_{\text{eff},2}}{G_1 T_0} = F_{Z1} + \frac{F_{Z2}}{G_1} . \quad (5)$$

Durch rekursive Anwendung dieses Ergebnisses entsteht die Erweiterung auf N Stufen und mit $F_Z = F - 1$ die alternative Darstellung

$$F_{\text{ges}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} . \quad (6)$$