

## Herleitung der Friis-Formel für Kettenschaltung

Die effektive Rauschtemperatur eines Zweitors mit der Rauschzahl  $F$  und der Zusatzrauszahl  $F_Z = F - 1$  ist gegeben durch

$$T_{\text{eff}} = T_0(F - 1) = T_0F_Z . \quad (1)$$

Dabei handelt es sich um die Rauschtemperatur einer fiktiven äquivalenten Rauschquelle am Eingang, welche gerade die zusätzliche Rauschleistung abgibt, die nach Verstärkung mit dem Gewinn  $G$  als zusätzliche Rauschleistung am Ausgang beobachtbar ist. Die Temperatur  $T_0$  ist die Rauschtemperatur der angeschlossenen Signalquelle. Sie dient als Bezugstemperatur für die Rauschzahl  $F$ . Betrachten wir die Kettenschaltung zweier Zweitore mit den Verstärkungen  $G_1$  und  $G_2$  und den effektiven Rauschtemperaturen  $T_{\text{eff},1}$  und  $T_{\text{eff},2}$ , dann beträgt die Rauschtemperatur am Ausgang des zweiten Zweitors

$$T_2 = G_2(G_1(T_0 + T_{\text{eff},1}) + T_{\text{eff},2}) = G_1G_2T_0 + G_1G_2T_{\text{eff},1} + G_2T_{\text{eff},2} . \quad (2)$$

Beschreibt man nun die Kettenschaltung durch ihre Gesamtverstärkung  $G = G_1G_2$  und ihre effektive Rauschtemperatur  $T_{\text{eff}}$ , dann ist die Ausgangsrauschtemperatur auch gegeben durch

$$T_2 = GT_0 + GT_{\text{eff}} , \quad (3)$$

also

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_2 - GT_0}{G} . \quad (4)$$

Damit ist die Zusatzrauszahl der Kettenschaltung

$$F_{Z,\text{ges}} = \frac{T_{\text{eff}}}{T_0} = \frac{T_2 - GT_0}{GT_0} = \frac{G_1G_2T_{\text{eff},1} + G_2T_{\text{eff},2}}{G_1G_2T_0} = \frac{T_{\text{eff},1}}{T_0} + \frac{T_{\text{eff},2}}{G_1T_0} = F_{Z1} + \frac{F_{Z2}}{G_1} . \quad (5)$$

Durch rekursive Anwendung dieses Ergebnisses entsteht die Erweiterung auf  $N$  Stufen und mit  $F_Z = F - 1$  die alternative Darstellung

$$F_{\text{ges}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} . \quad (6)$$