



## Technische Mechanik II

### Impulssatz

Berechnung einer Brunntiefe durch Aufschlaggeräusch

### Annahmen

Bei der Berechnung der Brunntiefe gelten die folgenden Voraussetzungen:

- Newtonsche Reibung
- kugelförmiger Körper
- konstante Temperatur (20°) und Druck (1013 hPa)
- konstante Erdbeschleunigung

### Analyse

#### Modelle

Impulssatz für eine Kugel mit Gewichtskraft, Reibung und Auftrieb

AB: 
$$\begin{aligned} v_0(0) &= 0 \\ y_0(0) &= 0 \end{aligned}$$

### Eingaben

#### Parameter des Modells

Durchmesser der Kugel	$d := 5 \text{ cm}$
Dichte der Kugel	$\rho_K := 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Dichte Luft	$\rho_{Fl} := 1.204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Kugelvolumen	$V_K := \frac{\pi}{6} \cdot d^3$
Kugelmasse	$m_K := V_K \cdot \rho_K = 0.131 \text{ kg}$
Erdbeschleunigung	$g_0 := 9.81 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Schallgeschwindigkeit Luft	$v_S := 343.4 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$
cw-Wert Kugel	$c_w := 0.45$
Fallzeit bis zum Aufschlaggeräusch	$t_{ges} := 5 \cdot \text{s}$



## Berechnungen

### Impulssatz

$$m \frac{d^2}{dt^2} y = m_K \cdot g - k \cdot v^2 - V_K \cdot \rho_{Fl} \cdot g_0$$

### Ersatzgrößen

$$F_0 := g_0 \cdot (m_K - V_K \cdot \rho_{Fl})$$

### Reibfaktor

$$k := \frac{\pi \cdot d^2 \cdot \rho_{Fl} \cdot c_w}{8}$$

### Ersatzgrößen

$$b := \sqrt{\frac{k}{F_0}} \quad a := \frac{F_0}{m_K}$$

### Trennung der Variablen

$$v(t) = \frac{1}{b} \cdot \tanh(b \cdot a \cdot t)$$

### Integration der Geschwindigkeit

$$y(t) = \int \frac{1}{b} \cdot \tanh(b \cdot a \cdot t) dt$$

### Fallhöhe ohne Schall

$$y(t) := \frac{\ln(\cosh(a \cdot b \cdot t))}{a \cdot b^2}$$

### Iteration

### Startbedingung

$$y(t_{ges}) = 106.373 \text{ m} \quad t_S := \frac{y(t_{ges})}{v_S} = 0.31 \text{ s} \quad \Delta t := t_{ges} - t_S$$

$$h := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0 \dots 10 \\ \left\| \begin{array}{l} t_S \leftarrow \frac{y(\Delta t)}{v_S} \\ \Delta t \leftarrow t_{ges} - t_S \\ y(\Delta t) \end{array} \right\| \end{array} \right\| \quad h = 96.084 \text{ m}$$