Vorgehensweise:

1) Umwandlung der Parallelschaltung in eine Serienschaltung
2) Zusammenfassung der Komponenten
3) Bestimmung des Tangens von φ
4) Isolierung des gesuchten Widerstands

Auf geht's

Umwandlung der Parallelschaltung von L und R_x in die äquivalente Serienschaltung

$$Z_{serie}=\frac{1}{Y_{para}}=\frac{1}{G_{R_x}\pm jB_L}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{R_x}-j\frac{1}{X_L}}$$ induktiver Leitwert, Imaginärteil deshalb negativ

$$=\frac{1}{\frac{1}{R_x}-j\frac{1}{X_L}}\cdot\frac{\frac{1}{R_x}+j\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R_x}+j\frac{1}{X_L}}$$ Nenner „reell" machen

$$=\frac{\frac{1}{R_x}+j\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R_x^2}-\frac{1}{X_L^2}\cdot(-1)}=\frac{\frac{1}{R_x}+j\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R_x^2}+\frac{1}{X_L^2}}=\frac{\frac{1}{R_x}+j\frac{1}{X_L}}{\frac{R_x^2+X_L^2}{R_x^2\cdot X_L^2}}=\frac{\frac{1}{R_x}}{\frac{R_x^2+X_L^2}{R_x^2\cdot X_L^2}}+j\frac{\frac{1}{X_L}}{\frac{R_x^2+X_L^2}{R_x^2\cdot X_L^2}}=\frac{R_x^2\cdot X_L^2}{R_x\left(R_x^2+X_L^2\right)}+j\frac{R_x^2\cdot X_L^2}{X_L\left(R_x^2+X_L^2\right)}$$

$$Z_{serie}=\frac{R_x\cdot X_L^2}{R_x^2+X_L^2}+j\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x^2+X_L^2}$$

Addition von R_1 zur Serienschaltung

$$Z_{ges}=\left(\frac{R_x\cdot X_L^2}{R_x^2+X_L^2}+R_1\right)+j\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x^2+X_L^2}=\underbrace{\frac{R_x\cdot X_L^2+R_1\cdot\left(R_x^2+X_L^2\right)}{R_x^2+X_L^2}}_{Realteil}+j\underbrace{\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x^2+X_L^2}}_{Imaginärteil}$$

Bestimmung des Phasenwinkels φ

$$\tan(\varphi)=\frac{\mathrm{Im}\ Z_{ges}}{\mathrm{Re}\ Z_{ges}}$$

$$=\frac{\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x^2+X_L^2}}{\frac{R_x\cdot X_L^2+R_1\left(R_x^2+X_L^2\right)}{R_x^2+X_L^2}}=\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x^2+X_L^2}\cdot\frac{R_x^2+X_L^2}{R_x\cdot X_L^2+R_1\left(R_x^2+X_L^2\right)}=\frac{R_x^2\cdot X_L}{R_x\cdot X_L^2+R_1\left(R_x^2+X_L^2\right)}$$

$$\tan(\varphi)=\frac{X_L\cdot R_x^2}{X_L^2\left(R_x+R_1\right)+R_1\cdot R_x^2}$$

aminox86

Gibt man diese Formel mit den vorgegebenen Werten in Wolfram Alpha ein, bekommt man augenblicklich die Lösung für R_x. Leider verschweigt die Webversion den Rechenweg.
Deshalb rechne ich „zu Fuß“ weiter.

Um die Übersicht zu behalten schreibe ich *t* statt *tan(φ).*

$$\frac{X_L \cdot R_x^2}{t} = X_L^2 (R_x + R_1) + R_1 \cdot R_x^2$$

$$0 = R_1 \cdot R_x^2 - \frac{X_L \cdot R_x^2}{t} + X_L^2 \cdot R_x + X_L^2 \cdot R_1 = \left(R_1 - \frac{X_L}{t}\right) \cdot R_x^2 + X_L^2 \cdot R_x + X_L^2 \cdot R_1$$

$$0 = R_x^2 + R_x \frac{X_L^2}{\frac{R_1 \cdot t - X_L}{t}} + \frac{R_1 \cdot X_L^2}{\frac{R_1 \cdot t - X_L}{t}} = R_x^2 + R_x \frac{X_L^2 \cdot t}{R_1 \cdot t - X_L} + \frac{R_1 \cdot X_L^2 \cdot t}{R_1 \cdot t - X_L}$$

R_x liegt in einer gemischtquadratischen Gleichung folgender Form vor:

$0 = x^2 + x\frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ deren allgemeine Lösung $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ lautet .

Anwenden der Formel

$$R_{x1,2} = \frac{-X_L^2 \cdot t \pm \sqrt{(X_L^2 \cdot t)^2 - 4(R_1 \cdot t - X_L) \cdot R_1 \cdot X_L^2 \cdot t}}{2(R_1 \cdot t - X_L)}$$

Werte einsetzen

$$R_{x1,2} = \frac{-(\omega \cdot 0{,}1)^2 \cdot \tan(16) \pm \sqrt{((\omega \cdot 0{,}1)^2 \cdot \tan(16))^2 - 4(50 \cdot \tan(16) - \omega \cdot 0{,}1) \cdot 50 \cdot (\omega \cdot 0{,}1)^2 \cdot \tan(16)}}{2(50 \cdot \tan(16) - \omega \cdot 0{,}1)}$$

R_x = 38,238...Ω

Probe:

$$\tan(\varphi) = \frac{X_L \cdot R_x^2}{X_L^2 (R_x + R_1) + R_1 \cdot R_x^2} = \frac{\omega \cdot 0{,}1 \cdot 38{,}238^2}{(\omega \cdot 0{,}1)^2 \cdot (38{,}238 + 50) + 50 \cdot 38{,}238^2} = 0{,}286 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 15{,}99\ \mathit{Grad}$$

aminox86