Universität zu Lübeck
Institut für Signalverarbeitung
Professor Dr.-Ing. Alfred Mertins

WS2015/2016
Termin 19.02.2016

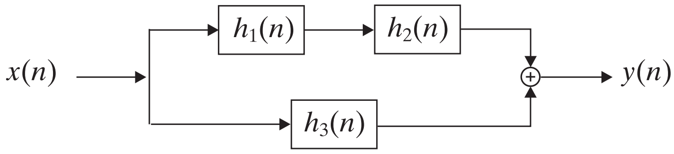
Name: ....

Matrikelnummer: ....

1	
2	
3	
4	
5	

Klausur Signalverarbeitung

Aufgabe 1 (20 Punkte)
Gegeben sei die folgende Verschaltung dreier diskreter LTI-Systeme:



mit

$$\begin{aligned} h_1(n) &= \delta(n) - \delta(n-1) + \delta(n-2), \\ h_2(n) &= \delta(n) + \delta(n-1), \\ h_3(n) &= 2\delta(n-1) + \delta(n-2) - \delta(n-3). \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h(n)$ des Gesamtsystems.

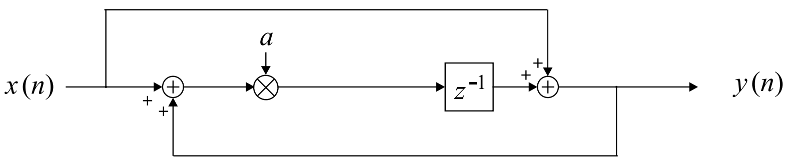
b) Geben Sie die Systemfunktion $H(z)$ des Gesamtsystems an.

c) Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen-Diagramm.

d) Berechnen und zeichnen Sie den Betragsfrequenzgang und den Phasengang.

e) Das System werde mit dem Signal $x(n) = 2 + (-1)^n$ angeregt. Wie lautet das Ausgangssignal?

Aufgabe 2 (20 Punkte)
Gegeben sei das folgende System:



a) Geben Sie die Differenzengleichung an, die den Zusammenhang zwischen dem Ein- und Ausgangssignal herstellt.

b) Geben Sie die Systemfunktion $H(z)$ an.

c) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h(n)$ für die Wahl $a = 0{,}25$.

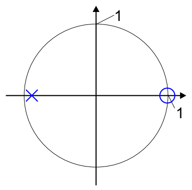
d) Für welche Werte von a ist das System BIBO-stabil?

Hinweis: Falls Sie in Teil b) kein System $H(z)$ gefunden haben oder unsicher bezüglich des Ergebnisses sind, verwenden Sie die folgende Systemfunktion für die Teile c) und d):

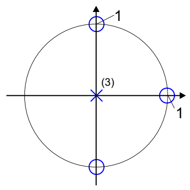
$$\tilde{H}(z) = \frac{a + z^{-1}}{(1+a) + az^{-1}}$$

Aufgabe 3 (18 Punkte)

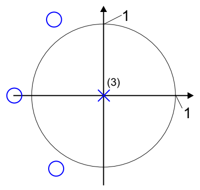
a) Gegeben seien folgende Pol-Nullstellen-Diagramme und Betragsfrequenzgänge diskreter Systeme. Ordnen Sie den vier Betragsfrequenzgängen jeweils eines der fünf Pol-Nullstellen-Diagramme zu. (8 Punkte)



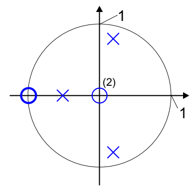
A



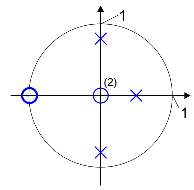
B



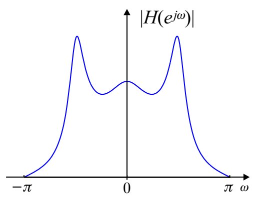
C



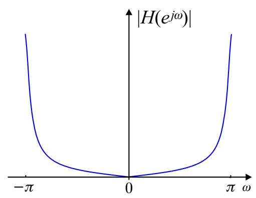
D



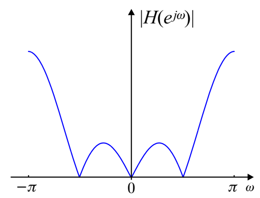
E



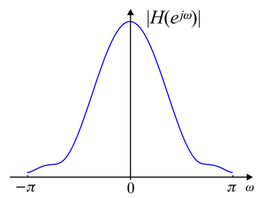
☐



☐



☐



☐

b) Geben Sie die gerade- und ungerade-symmetrischen Anteile der Folge

$$x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1)$$

an. (4 Punkte)

c) Geben Sie an, welche der folgenden zeitkontinuierlichen Signale bandbegrenzt sind. (6 Punkte)

$x(t)$	bandbegrenzt	nicht bandbegrenzt
$1+2$	☐	☐
$\sin^2(5t)$	☐	☐
$1+e^{-t^2}$	☐	☐
$\mathrm{si}^3(\pi t)$	☐	☐
$\mathrm{rect}(t)\cos(4\pi t)$	☐	☐
$\frac{d}{dt}\mathrm{si}(2\pi t)$	☐	☐

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Ein zeitkontinuierliches LTI-System besitze die Impulsantwort

$$h(t) = \text{tri}\left(\frac{t-2}{2}\right) + \text{tri}(t-2).$$

a) Zeichnen Sie die Impulsantwort.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(\omega)$.

c) Zeichnen Sie den Betragsfrequenzgang $|H(\omega)|$ und den Phasengang $\varphi_H(\omega)$. Beschriften Sie dabei die Achsen, so dass zu erkennen ist, welchen Wert $|H(\omega)|$ für $\omega = 0$ annimmt und für welche Frequenzen $|H(\omega)|$ zu null wird.

d) Das System werde mit dem Signal

$$x(t) = 1 + \cos(\pi t) + \cos(2\pi t)$$

angeregt. Bestimmen Sie das Ausgangssignal des Systems.

Aufgabe 5 (20 Punkte)

Das Signal

$$x(t) = \text{si}(600\pi t)$$

werde zu äquidistanten Zeitpunkten abgetastet.

a) Geben Sie die nach dem Abtasttheorem zulässige minimale Abtastfrequenz an.

b) Zeichnen Sie das Spektrum des ideal abgetasteten Signals

$$x_d(t) = x(t)\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta_0(t-nT)$$

über drei Perioden für den Fall, dass die Abtastfrequenz doppelt so hoch gewählt ist, wie es nach dem Abtasttheorem notwendig wäre.

c) Zeichnen Sie das Spektrum des ideal abgetasteten Signals über drei Perioden für den Fall, dass die gewählte Abtastfrequenz nur $3/4$ der nach dem Abtasttheorem notwendigen Abtastfrequenz beträgt.

d) Aus den unter c) gewonnenen Abtastwerten werde (wie üblich) durch eine Tiefpassfilterung mit Bandbegrenzung auf die halbe Abtastfrequenz ein zeitkontinuierliches Signal rekonstruiert. Die Übertragungsfunktion des Rekonstruktionstiefpasses sei

$$H(\omega) = \text{rect}\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right).$$

Zeichnen Sie das Spektrum des rekonstruierten Signals.

e) Geben Sie das nach d) rekonstruierte Signal an.

Hinweis: Bedenken Sie, dass das o. g. Signal $x_d(t)$ das *ideal abgetastete Signal* heißt, auch wenn dabei das Abtasttheorem nicht eingehalten wird oder sogar überabgetastet wird. Das Wort „ideal“ bezieht sich nicht auf die Abtastrate, sondern darauf, dass der Funktion $x(t)$ in unverfälschter Weise die Augenblickswerte $x(nT)$ entnommen werden.