

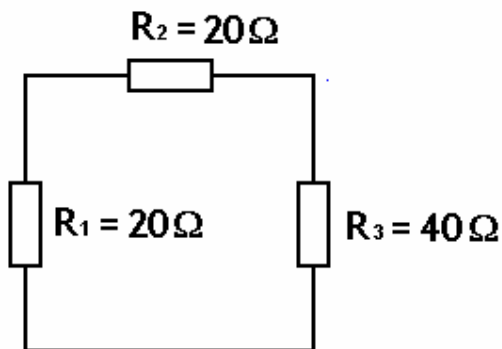
Widerstandsnetzwerke - Grundlagen

Diese Aufgaben dienen zur Übung und Wiederholung.

Versucht die Aufgaben selbständig zu lösen und verwendet die Lösungen nur zur Überprüfung eurer Ergebnisse oder wenn ihr nicht mehr weiter kommt.

Aufgabe 1

Berechne den Gesamtwiderstand dieses einfachen Netzwerkes.



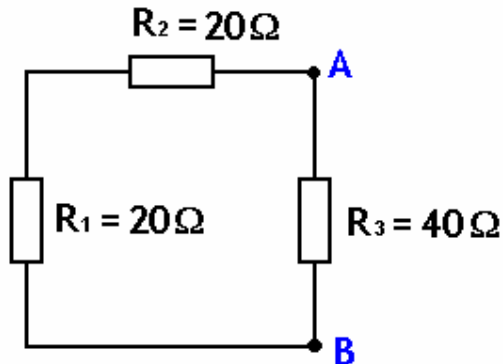
Lösung

Innerhalb dieser Schaltung sind alle Widerstände in Reihe geschaltet.

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 = 20\Omega + 20\Omega + 40\Omega = 80\Omega$$

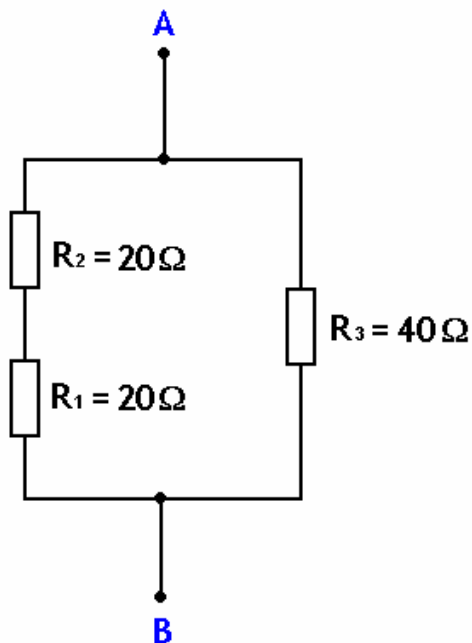
Aufgabe 2

Das Netzwerk aus Aufgabe 1 kann in eine andere Schaltung eingebaut werden. Es soll an den Punkten A und B angeschlossen werden. Berechne den Innenwiderstand des Netzwerks der zwischen den Punkten A und B wirkt.



Hinweis

Der Gesamtwiderstand ist nicht gleich dem Ergebnis aus Aufgabe 1. Der Grund ist, dass zwischen den Punkten A und B die Widerstände R_1 und R_2 parallel zu R_3 geschaltet sind.



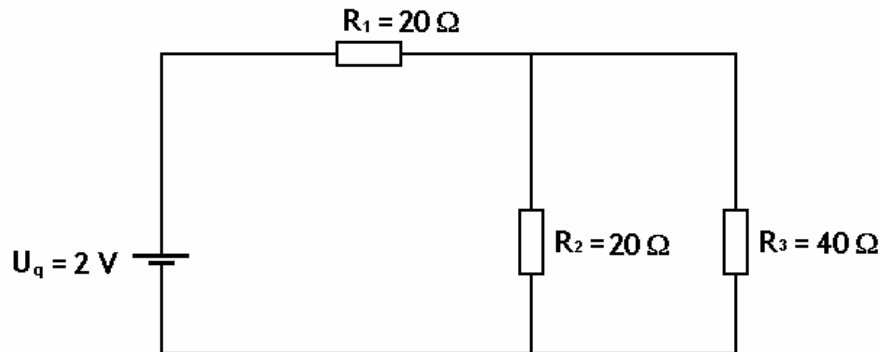
Lösung

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 20\Omega + 20\Omega = 40\Omega$$

$$R_{ges} = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{40\Omega * 40\Omega}{40\Omega + 40\Omega} = \frac{1600\Omega^2}{80\Omega} = 20\Omega$$

Aufgabe 3

In diesem Gleichspannungsnetzwerk sollen die Pfeilrichtungen aller Spannungsabfälle und Ströme (auch die Maschenrichtungen) eingetragen und anschließend berechnet werden.



Hinweise

Spannungspfeile und zeigen immer vom positiven zum negativen Potential. Der Strom fließt in Richtung der Spannung (technische Stromrichtung von + nach -)

Zum berechnen der Ströme und Spannungen geht man immer nach dem gleichen Prinzip vor: Man sucht sich eine Größe, zu deren Berechnung alle anderen Größen bekannt sind. Nach jedem Schritt lässt sich eine andere Größe finden, zu deren Berechnung nun alle anderen Größen bekannt sind.

Werkzeuge:

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

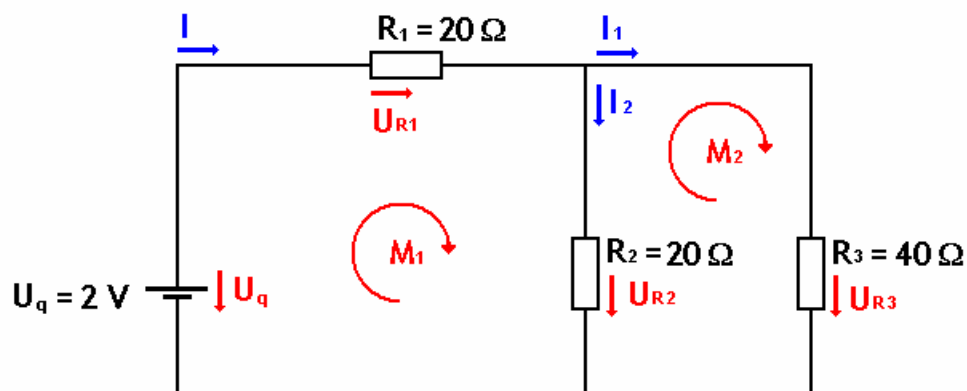
Maschenregel: $0 = -U_{q1} + U_{R1} + U_{R2}$

Die Summe aller Spannungsabfälle einer Masche ist 0

Knotenregel: $I = I_1 + I_2$

Die Summe aller eingehenden und ausgehenden Ströme eines Knotenpunktes ist 0

Lösung



Innerhalb der Spannungsquelle wirkt die Spannung vom Plus- zum Minuspol.

Die Masche M_1 zeigt vom Plus- zum Minuspol, damit stehen die Richtungen der Spannungspfeile für U_{R1} und U_{R2} fest.

Da R_3 parallel zu R_2 geschaltet ist, fließt der Strom in gleicher Richtung wie am Widerstand R_2 . Die Richtung des Zählpfeils M_2 wird beliebig festgelegt, da beide Richtungen richtig wären.

Zur Berechnung des Stromes I berechnen wir den Gesamtwiderstand der Schaltung

$$R_{ges} = R_1 + \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3} = 20 + \frac{20\Omega * 40\Omega}{20\Omega + 40\Omega} = 20\Omega + \frac{800\Omega^2}{60\Omega} = 20\Omega + 13,3\Omega = 33,3\Omega$$

$$U = R * I \rightarrow I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{2V}{33,3\Omega} = 0,06A = 60mA$$

Der Strom I fließt am Widerstand R_1

$$U_{R1} = R_1 * I = 20\Omega * 0,06A = 1,2V$$

Innerhalb einer Masche ist die Summe der Spannungsabfälle 0 (Maschenregel)

$$0 = -U_{q1} + U_{R1} + U_{R2}$$

$$U_{R2} = U_{q1} - U_{R1} = 2V - 1,2V = 0,8V$$

Der Strom I_1 kann nun berechnet werden.

$$U_{R2} = R_2 * I_1$$

$$I_1 = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{0,8V}{20\Omega} = 0,04A = 40mA$$

Innerhalb eines Knotens sind die ankommenden und ausgehenden Ströme gleich groß (Knotenpunktregel)

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_2 = I - I_1 = 60mA - 40mA = 20mA$$

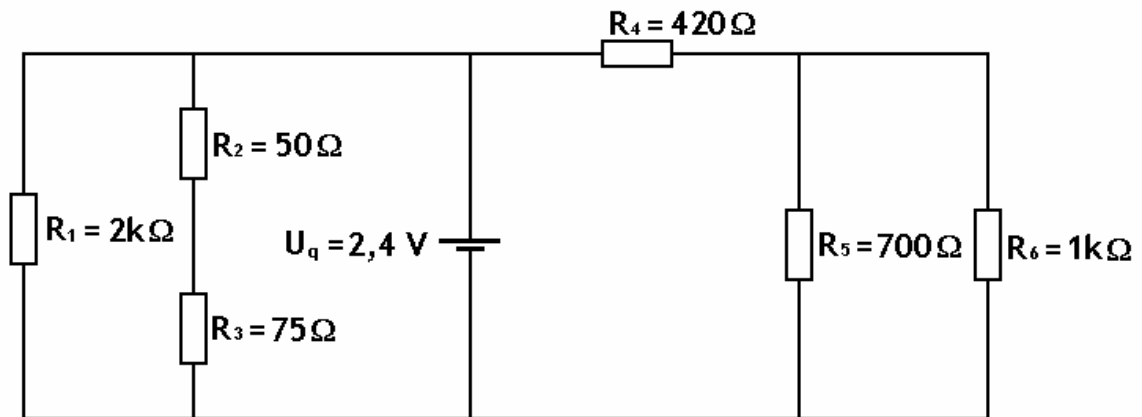
Es gibt in der Regel sehr viel mehr Möglichkeiten diese Aufgaben zu berechnen die alle gleich gut sind, z.B. hätte man im letzten Schritt nicht die Knotenpunktregel anwenden müssen. Um I_2 zu berechnen hätte man auch diesen Weg gehen können:

$$U_{R2} = U_{R3} = 0,8V$$

$$I_2 = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{0,8V}{40\Omega} = 0,02A = 20mA$$

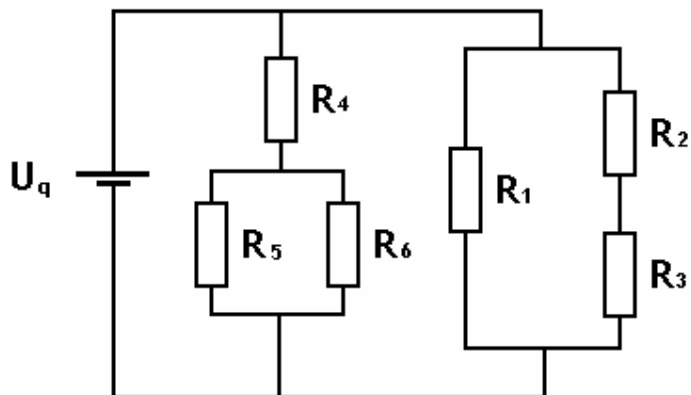
Aufgabe 4

In diesem Gleichspannungsnetzwerk sollen die Pfeilrichtungen aller Spannungsabfälle und Ströme (auch die Maschenrichtungen) eingetragen und anschließend berechnet werden.



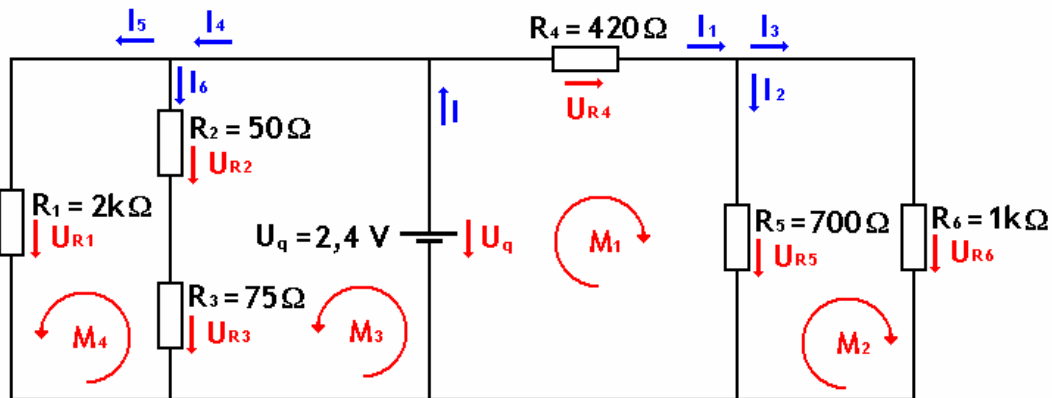
Hinweis

Es gelten die gleichen Regeln wie aus der 3. Aufgabe. Dieses Netzwerk ist nur ein wenig komplizierter. Es kann zum Verständnis helfen, wenn man sich das Netzwerk anders aufmalt, mit der Spannungsquelle links und allen Widerständen parallel rechts. Zum Beispiel:



Lösung

Alle Pfeilrichtungen werden analog Aufgabe 3 eingezeichnet.



Um den Strom I berechnen zu können ermitteln wir den Gesamtwiderstand. Allerdings nützt uns der Strom I im Moment noch nichts, denn er startet nicht den üblichen ‚Dominoeffekt‘, da der er an keinem der Widerstände fließt.

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 50\Omega + 75\Omega = 125\Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_1 * R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{250000\Omega^2}{2125\Omega} = 117,6\Omega$$

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{700000\Omega^2}{1700\Omega} = 411,8\Omega$$

$$R_{456} = R_4 + R_{56} = 420\Omega + 411,8\Omega = 831,8\Omega$$

$$R_{ges} = \frac{R_{123} * R_{456}}{R_{123} + R_{456}} = \frac{117,6\Omega * 831,8\Omega}{117,6\Omega + 831,8\Omega} = 103\Omega$$

$$U_q = R_{ges} * I \Rightarrow I = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{2,4V}{103\Omega} = 0,0233A = 23,3mA$$

Wir können allerdings den Strom am Widerstand R_1 bestimmen. R_1 ist parallel zu allen anderen Widerständen und wir wissen, dass die komplette Quellspannung an ihm wirkt.

$$U_{R1} = R_1 * I_5 \Rightarrow I_5 = \frac{U_{R1}}{R_1} = \frac{2,4V}{2k\Omega} = 0,0012A = 1,2mA$$

Um die Ströme und Spannungen an den Widerständen R_2 und R_3 zu berechnen betrachten wir die Masche M_3 . Wir wissen, dass an R_2 und R_3 der gleiche Strom I_6 fließt, dass machen wir uns zu nutze.

$$0 = -U_q + U_{R2} + U_{R3} \Rightarrow U_q = U_{R2} + U_{R3}$$

$$U_{R2} = I_6 * R_2$$

$$U_{R3} = I_6 * R_3$$

$$U_q = I_6 * R_2 + I_6 * R_3 = I_6 * (R_2 + R_3) \Rightarrow I_6 = \frac{U_q}{R_2 + R_3} = \frac{2,4V}{125\Omega} = 0,0192 = 19,2mA$$

Wir berechnen U_{R2} mit dem Ohmschen Gesetz und U_{R3} mit der Maschenregel für M_3 :

$$U_{R2} = R_2 * I_6 = 50\Omega * 0,0192 = 0,96V$$

$$U_{R3} = U_q - U_{R2} = 2,4V - 0,96V = 1,44V$$

Nun kennen wir auch I_4 dank der Kirchhoffschen Knotenregel:

$$0 = I_4 - I_5 - I_6 \Rightarrow I_4 = I_5 + I_6 = 1,2mA + 19,2mA = 20,4mA$$

Genauso gilt:

$$I = I_1 + I_4 \Rightarrow I_1 = I - I_4 = 23,3mA - 20,4mA = 2,9mA$$

Mit I_1 können wir U_{q4} berechnen:

$$U_{R4} = R_4 * I_1 = 420\Omega * 0,0029A = 1,218V$$

Wir wissen, dass an R_5 und R_6 die gleiche Spannung wirkt. Wir berechnen sie mit Hilfe der Maschenregel für M_1 :

$$U_q = U_{R4} + U_{R5} \Rightarrow U_{R5} = U_q - U_{R4} = 2,4V - 1,218V = 1,182V$$

Mit $U_{R5} = U_{R6}$ berechnen wir die beiden fehlenden Ströme:

$$I_2 = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{1,182V}{700\Omega} = 0,0017A = 1,7mA$$

$$I_3 = \frac{U_{R6}}{R_6} = \frac{1,182V}{1000\Omega} = 0,0012A = 1,2mA$$

Den Strom I_3 hätten wir beispielsweise auch mit der Knotenregel berechnen können:

$$I_3 = I_1 - I_2 = 2,9mA - 1,7mA = 1,2mA$$