- **S** (Susceptible) - potentielle Gruppe die mit SARS-CoV-2 infiziert werden kann
- **I** (Infected) - infizierte mit COVID-19, noch krank
- **R** (Removed) - wieder gesund oder tot

Modellannahmen

1. Der betrachtete Zeitraum ist kurz genug, damit die betrachtete Gesamtbevölkerung konstant ist. Es werden Geburten andere Todesfällen nicht berücksichtigt. Somit entspricht die Summe der drei Modellpopulationen einer konstanten Gesamtbevölkerung.

   $$S+I+R=N$$

2. Die Infektionsrate, ist proportional zur Anzahl der Wechselwirkungen zwischen I und S mit der Proportionalitätskonstante β (Kontaktrate).

3. Die Heilungsrate γ ist konstant.

4. Jede wieder gesunde Person ist für eine weitere Infektion immun.

Modellgleichungen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S=-\beta\cdot\frac{I\cdot S}{N}$$

$$\frac{dI}{dt}=\beta\cdot\frac{I\cdot S}{N}-\gamma\cdot I$$

$$\frac{dR}{dt}=\gamma\cdot I$$

Anfangsbedingungen zur Lösung des nichtlinearen Dgl.-Systems

$S(0)=S_0=N-I_0$ wenn I_0 viel kleiner als N

$I(0)=I_0$

$R(0)=0$ keine Infizierten beim Start

$S+I+R=S_0+I_0$ Gesamtbevölkerung bleibt konstant

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}I+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R=0$$

Modellparameter

Ausgangsbasis für die Modellparameter ist die veröffentlichung des RKI [1].

Definierte Einheit	$Personen := 1 \cdot ¤$
Startzeit	$t_0 := 0 \cdot \boldsymbol{day}$
mittere Heilungszeit in Tagen:	$d := 14 \cdot \boldsymbol{day}$
Heilungsrate	$\gamma := \frac{1}{d} \rightarrow \frac{1}{14 \cdot day} = 0.071 \frac{1}{\boldsymbol{day}}$
Reproduktionsrate	$R_0 := 3.5$
Modellkoeffizient	$\beta := R_0 \cdot \gamma = 0.25 \frac{1}{\boldsymbol{day}}$

Simulation

$N := s_0 + i_0 + r_0$ $\quad\quad$ $\beta := R_0 \cdot \gamma$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(t) = -\beta \cdot \frac{I(t) \cdot S(t)}{N}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} I(t) = \beta \cdot \frac{I(t) \cdot S(t)}{N} - \gamma \cdot I(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} R(t) = \gamma \cdot I(t)$$

Anfangsbedingungen $\quad S(0) = s_0 \quad I(0) = i_0 \quad R(0) = r_0$

$$SIR(s_0, i_0, r_0, R_0, \gamma, T) := \mathbf{odesolve}\left(\begin{bmatrix} S(t) \\ I(t) \\ R(t) \end{bmatrix}, T \right)$$

Datenimport

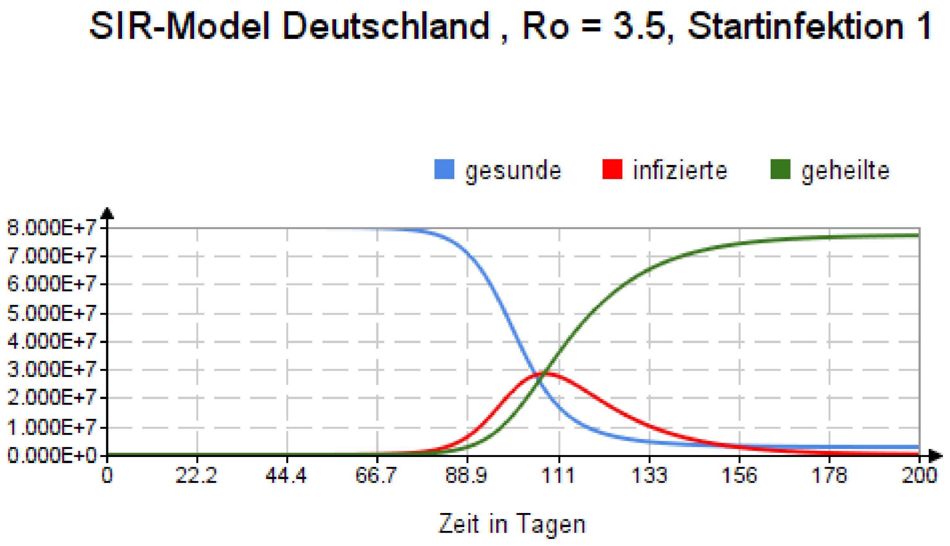
Simulationsergebnisse

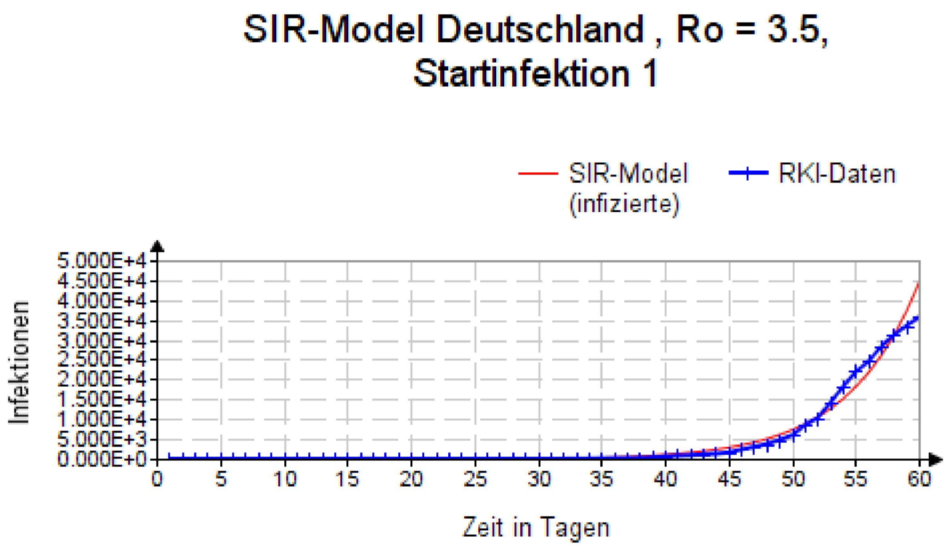
Bevölkerungsanzahl $N_D := 80 \cdot 10^6 \cdot Personen$

Infektionsstart $I_0 := 1 \cdot Personen$

$$\begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix} := SIR\left(N_D, I_0, 0\ Personen, R_0, \gamma, 2 \cdot 365\ \mathbf{day}\right)$$

Zeitintervall $t := 0\ \mathbf{day}, 1\ \mathbf{day} .. 2 \cdot 365\ \mathbf{day}$





Simulationsergebnisse (veränderte Parameter) Variante 1

Reproduktionsrate gesenkt auf: $R'_0 := 1.2$

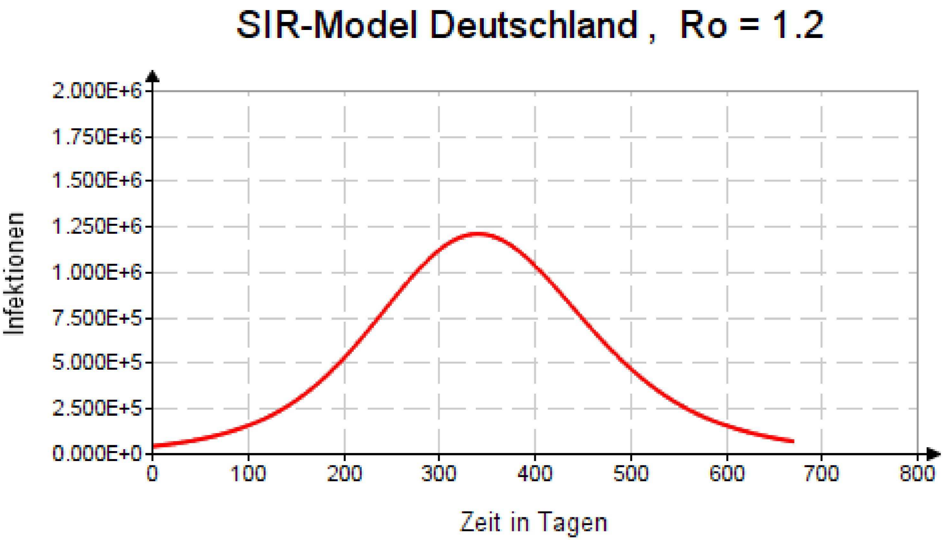
Tag der Wirksamkeit $T_T := 59\ \mathbf{day}$

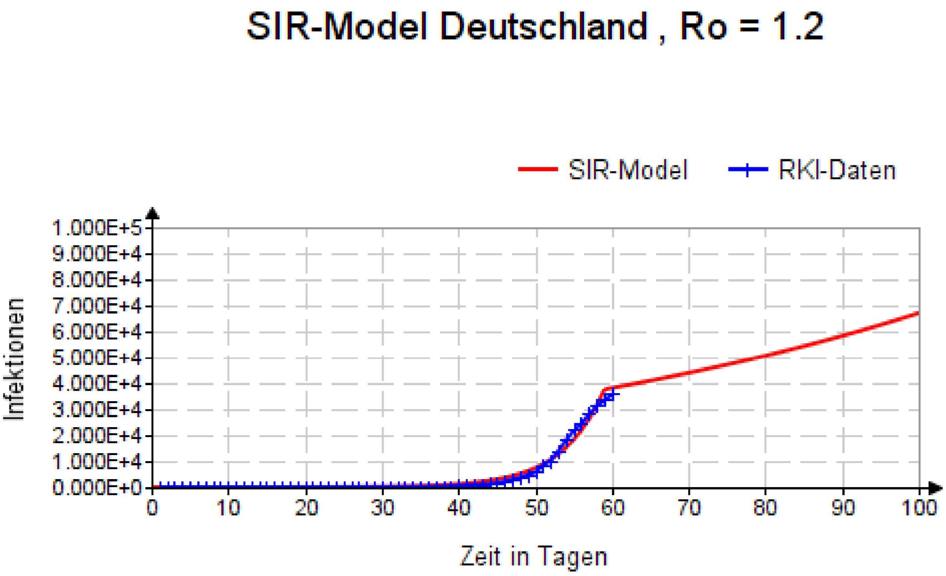
$$\begin{bmatrix} S' \\ I' \\ R' \end{bmatrix} := SIR\left(S\left(T_T\right), I\left(T_T\right), R\left(T_T\right), R'_0, \gamma, 2 \cdot 365\ \mathbf{day} - T_T\right)$$

Zeitintervall $t' := 0\ \mathbf{day}, 1\ \mathbf{day} .. 2 \cdot 365\ \mathbf{day}$

neue Infektionsrate

$$I_1(t) := I\left(min\left(t, T_T\right)\right) + \Phi\left(t - T_T\right) \cdot \left(I'\left(\max\left(0, t - T_T\right)\right) - I\left(T_T\right)\right)$$





Simulationsergebnisse (veränderte Parameter) Variante 2

Reproduktionsrate gesenkt auf: $R'_0 := 0.6$

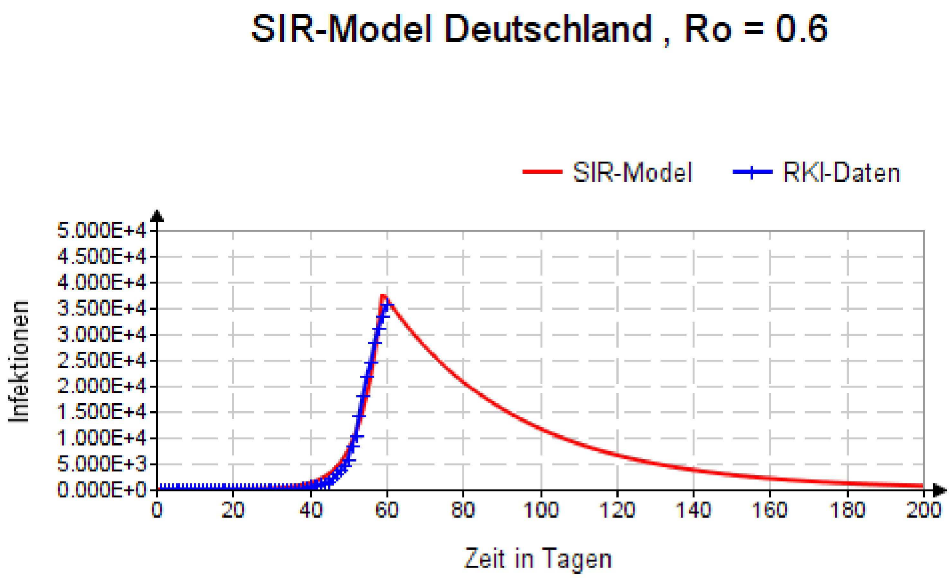
Tag der Wirksamkeit $T_T := 59\ \mathbf{day}$

$$\begin{bmatrix} S' \\ I' \\ R' \end{bmatrix} := SIR\left(S\left(T_T\right), I\left(T_T\right), R\left(T_T\right), R'_0, \gamma, 2 \cdot 365\ \mathbf{day} - T_T\right)$$

Zeitintervall $t' := 0\ \mathbf{day}, 1\ \mathbf{day} .. 2 \cdot 365\ \mathbf{day}$

neue Infektionsrate

$$I_1(t) := I\left(min\left(t, T_T\right)\right) + \Phi\left(t - T_T\right) \cdot \left(I'\left(\max\left(0, t - T_T\right)\right) - I\left(T_T\right)\right)$$



[1] https://www.rki.de/DE/Content/InfAZ/N/Neuartiges_Coronavirus/Modellierung_Deutschland.pdf?__blob=publicationFile