

Verfahren zur Darstellung von Segelflugzeugpolaren

Eine segelflugtheoretische Arbeit
von Luitpold Staudigl



“Una volta che hai gustato il volo, camminerai sulla terra con gli occhi rivolti sempre in alto, perché là sei stato, e là agogni a tornare”

“Bist du einmal in den Genuss des Fliegens gekommen, wirst du deine Augen auf Erden nur noch gen Himmel richten - dorthin, wo du gewesen bist und dir wünschst zurückzukehren“

(Leonardo da Vinci)

Gliederung

Einleitung	3
1. Darstellungsarten für Polaren	4
1.1 Bekannte Darstellungsarten	4
1.1.1 Die Quadratfunktion	4
1.1.2 Eine physikalisch begründbare Darstellungsform	4
1.2 Genauigkeit der bekannten Darstellungsarten	5
1.2.1 Genauigkeit Quadratfunktion	5
1.2.1.1 Idee zur Verbesserung der Genauigkeit der Quadratfunktion	6
1.2.1.2 Quadratfunktion und ihre Möglichkeiten	7
2. Verbesserte Darstellungsform von Polaren	8
2.1 Herleitung	8
2.1.1 Ergebnisse der Splinefunktion	9
2.1.2 Modifikationen der Splinefunktion	9
E1 Die Theorie der Sollfahrt	10
E1.1 Die Bestimmung der Sollfahrt	10
E1.2 Zusammenhang zwischen der Flächenbelastung und der Luftdichte und der Polare des Segelflugzeuges	10
2.2 Sollfahrt nach dem in 2.1 hergeleiteten Verfahren	10
2.3 Unterschiede zur durch die Quadratfunktion bestimmten Sollfahrt	11
3. Zusammenfassung	13
Anhang	14



Einleitung

Sonne und Wind sind die Quellen aus denen der Segelflug seine Kraft bezieht. Beschränkt ist der Vorrat an Energie, aus dem ein Segelflugzeug zu schöpfen vermag. Umso wichtiger ist es möglichst effektiv und sparsam damit zu haushalten. Zwei Hauptfaktoren bestimmen den Erfolg oder Misserfolg eines Streckenfluges: die meteorologischen Kenntnisse des Piloten und die Fähigkeit diese optimal zu nutzen.

Der Pilot muss vor und während des Fluges stets über das regionale und überregionale Wettergeschehen informiert sein. Am Boden hat er die Möglichkeit sich mit Hilfe von TEMPs¹, Satellitenbildern, Wetterkarten, Berichten über das weiträumige Wettergeschehen zu informieren. Vor dem Start werden die wichtigsten Entscheidungen betreffend Streckenwahl und Zeitsetzung aufgrund dieser Daten getroffen. Da sich das Wetter jedoch ständig ändert muss er auch während des Fluges in der Lage sein, Anzeichen einer plötzlichen Wetterveränderung richtig und für sein Flugvorhaben optimal zu deuten. Das kann man erst mit jahrelanger Erfahrung und mit etwas Glück sicher bewerkstelligen.

Wie ein ausgezeichnete Pilot bei schlechter Witterung kann auch ein unklug taktierender Pilot bei einer sehr guten Wetterlage „Pech“ haben und die Tagesaufgabe nicht schaffen. Will man in die Riege der „Spitzenpiloten“ aufsteigen wird man sich viel Flugenerfahrung, jedoch auch einiges an theoretischen Kenntnissen aneignen müssen. Die mathematische Optimierung des Streckenfluges und die daraus resultierenden flugtaktischen Entscheidungen lassen sich zu letzterem zählen. Eine sehr wichtige Rolle spielt hierbei die Sollfahrt.

Unter der Sollfahrt versteht man die Geschwindigkeit, die der Pilot zu erfliegen hat, um abhängig von Faktoren wie Flächenbelastung des Flugzeuges, vertikale Luftmassenbewegung, Flughöhe, Windrichtung und –stärke, das angestrebte Ziel schnellstmöglich zu erreichen. Einen wichtigen Part spielt dabei die Polare des Segelflugzeuges².

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich damit, wie gut die für Segelflugrechner üblichen Darstellungsformen von Segelflugzeugpolaren sind, welche Ergebnisse diese für die Sollfahrt liefern und ob Bedarf an deren Verbesserung besteht.

¹ Es handelt sich hierbei um ein Diagramm, welches dem Piloten wichtige Informationen über den Verlauf der Temperatur mit abnehmender Druckfläche gibt.

² Sie stellt das Eigensinken des Segelflugzeuges seiner Geschwindigkeit gegenüber.

1. Darstellungsarten für Polaren

1.1 Bekannte Darstellungsarten

1.1.1 Die Quadratfunktion

Die noch am weitesten verbreitete Darstellung von Segelflugpolaren durch Quadratfunktionen entbehrt sich jeglicher physikalischer Grundlage. In den 70'er und 80'er Jahren verfügten jedoch die am meisten geflogenen Standardklassenmuster über eine parabelförmige Polare.

(A) (approx.)	$W_s(V) = aV^2 + bV + c$
-----------------	--------------------------

Die Koeffizienten a, b und c lassen sich mit 3 Wertepaaren bestimmen.

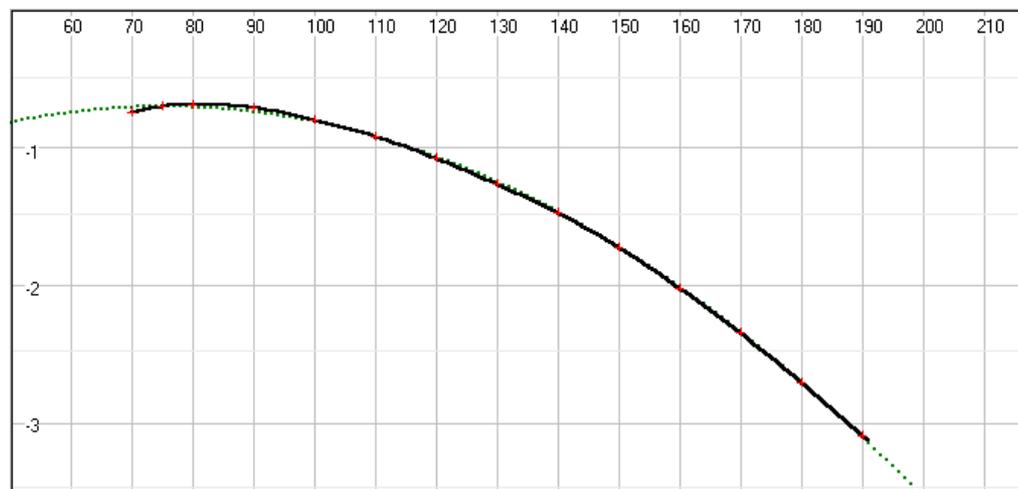


Abbildung 1 Die Polare eines älteren Standardklassesegelflugzeuges

1.1.2 Eine physikalisch begründbare Darstellungsweise

Eine andere, jedoch weniger verbreitete Polarendarstellung die einen physikalischen Hintergrund besitzt^{3,4} ist noch ungenauer als die Quadratfunktion und wird daher nicht eingehend behandelt.

Sie approximiert die Polare mit einer Funktion der Form:

(A) (approx.)	$W_s(V) = AV^3 + \frac{B}{V}$
-----------------	-------------------------------

³ "The Paths of Soaring Flight", J. Irving, Imperial College Press, London, 1999, S.18 ff.

⁴ "The Fundamentals of Sailplane Design", Fred Thomas, College Park Press, 1999 S.39

1.2 Genauigkeit der bekannten Darstellungsarten

Im Anhang finden sich die Koordinatenpaare unseres Beispielflugzeuges, welche denen eines typischen modernen Standardklasseflugzeuges entsprechen könnten (z.B.: Discus CS, ASW 24).

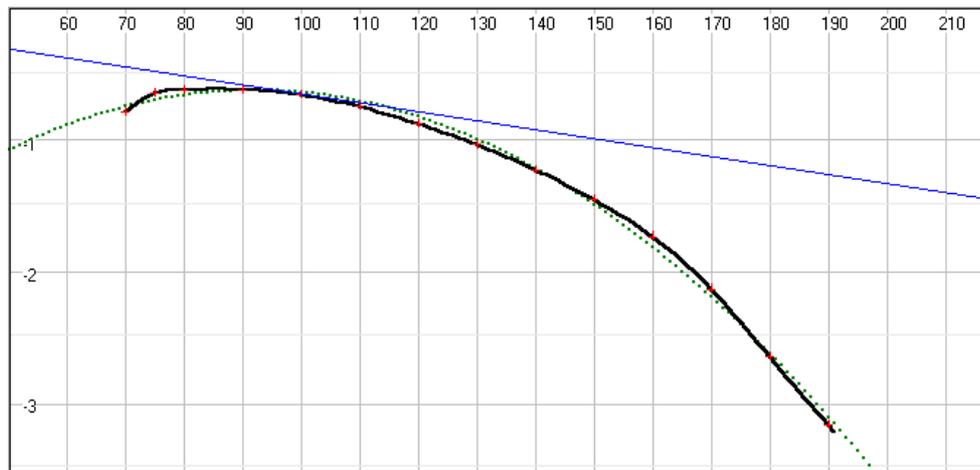


Abbildung 2 Die Polare eines modernen Standardklasseflugzeuges (schwarz). Die Tangente geht durch den Punkt der Geschwindigkeit des besten Gleitens, bei der grünen gepunktete Parabel handelt es sich um die Regressionsparabel.

1.2.1 Genauigkeit Quadratfunktion (1.1.1)

Zunächst müssen die Parameter a, b, c der Quadratfunktion bestimmt werden. Löst man das 3,3 System so ergibt sich folgendes⁵ :

$$A = \frac{(V_2 - V_3)(W_{S_1} - W_{S_3}) + (V_3 - V_1)(W_{S_2} - W_{S_3})}{[V_1^2(V_2 - V_3) + V_2^2(V_3 - V_1) + V_3^2(V_1 - V_2)]}$$

$$B = \frac{(W_{S_2} - W_{S_3}) - A(V_2^2 - V_3^2)}{(V_2 - V_3)}$$

$$C = W_{S_3} - AV_3^2 - BV_3$$

Es ist sinnvoll ein Wertepaar bei der Geschwindigkeit des besten Gleitens, ein weiteres bei ca. 180 km/h und ein drittes zwischen diesen beiden Geschwindigkeiten zu wählen⁶.

Für unser Beispiel ergeben sich danach folgende Werte:

$$A = -0,0009675$$

$$B = 0,1809$$

$$C = -10,827$$

⁵ „Streckensegelflug“, Helmut Reichmann, Motorbuch Verlag, Stuttgart, 1989⁷, S.181

⁶ „Streckensegelflug“, Helmut Reichmann, Motorbuch Verlag, Stuttgart, 1989⁷, S.182

Vergleich Interpolierte Werte – Vorgegebene Werte

Geschwindigkeit	Ws Quadratfunktion [-m/s]	Δ Ws (%-ual)
70	0,8069	-0,0069 (-8,6 %)
75	0,7505	-0,0905 (-13,7 %)
80	0,7075	-0,0775 (-12,3 %)
100	0,6700	0,0000 (0,0 %)
120	0,8475	0,0425 (4,8 %)
140	1,2400	0,0000 (0,0 %)
160	1,8475	-0,0975 (-5,6 %)
180	2,6700	0,0000 (0,0 %)
190	3,1619	0,0281 (1,0 %)

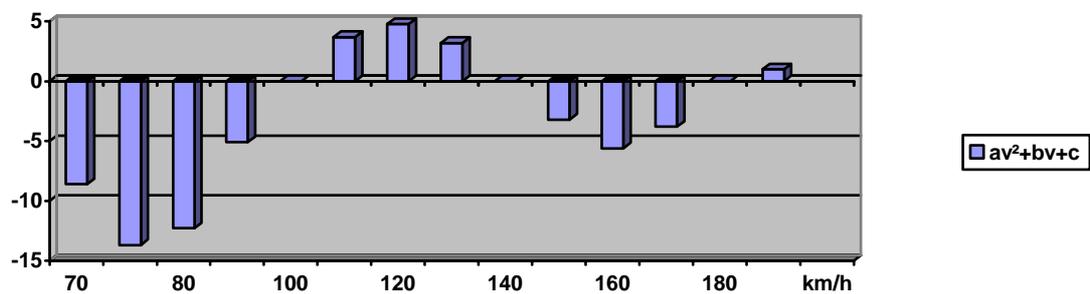


Abbildung 3 Die Fehlerverteilung der Quadratfunktion

Von den Geschwindigkeitswerten zwischen 70 und 90 km/h einmal abgesehen liefert die Quadratfunktion recht brauchbare Sinkwerte. Eventuell können diese jedoch noch weiter verbessert werden. Hilfsmittel wäre in diesem Fall die Regression.

1.2.1.1 Idee zur Verbesserung der Genauigkeit der Quadratfunktion

Eine geschickte Wahl der Wertepaare kann sich, wie sich oben gezeigt hat, positiv auf die Ergebnisse auswirken. Womöglich lassen sich diese noch verbessern. Hierzu wird eine Regressionsparabel⁷ zwischen die vorhandenen Stützpunkte gelegt.

Es ergeben sich folgende Parameterwerte:

$$A = -0,000935650427447463$$

$$B = 0,172244924683674$$

$$C = -10,2124301230386$$

Es fällt sofort auf, dass die Parameter, die sich durch geeignete Wahl der Wertepaare wie in 1.2.1 beschrieben, nur geringfügig von denen der Regressionsparabel unterscheiden.

Das 3,3 Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten findet sich im Anhang.

⁷ „Taschenbuch mathematischer Formeln“, Hans Jochen Bartsch, Fachbuchverlag Leipzig, Leipzig, 1993¹⁵ S.574

1.2.1.2 Quadratfunktion und ihre Möglichkeiten

Das geringste Sinken

Das geringste Sinken wird im Hochpunkt der Parabel zu erwarten sein.

$$(A.1) \text{ (Annäherung)} \quad V_{w\text{min}} = \frac{-B}{2A}$$

In unserem Beispiel wäre die Geschwindigkeit des geringsten Sinkens (wichtig für den Thermikflug):

$$V = 93,488 \dots \text{ km/h}$$

Diese Geschwindigkeit wird jedoch mit Bestimmtheit nicht die des geringsten Sinkens sein. Entnehmen wir der Wertetabelle im Anhang, dass diese zwischen 80 und 90 km/h liegen wird. Mit großer Wahrscheinlichkeit um 85 km/h. In der Praxis wird die Geschwindigkeit des geringsten Sinkens jedoch in einem Flugrechner keine Verwendung finden, da der Pilot abhängig von Thermikstärke und –radius die beste Querneigung und damit eine vom geringsten Sinken verschiedene Geschwindigkeit erfliegen wird.

Das beste Gleiten

Die Geschwindigkeit des besten Gleitens wird durch eine Ursprungsgerade, welche die Polare tangiert, konstruiert. Aus dieser Bedingung ergibt sich bereits die Lösung:

$$(A.2) \text{ (Annäherung)} \quad V_{\text{ebest}} = \sqrt{\frac{C}{A}}$$

In unserem Fall ergibt sich folgender Wert:

$$V_{\text{ebest}} = 105,786 \dots \text{ km/h}$$

Tatsächlich liegt der Wert für das beste Gleiten ziemlich genau bei 100 km/h.

Das dazugehörige Eigensinken lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$(A.2.1) \text{ (Annäherung)} \quad W_{S_{\text{ebest}}} = \left[B \sqrt{\frac{C}{A}} \right] + 2C$$

$$W_{S_{\text{ebest}}} = -0,699 \dots \text{ m/s}$$

Über die Steigung der Tangente lässt sich auch das beste Gleiten ermitteln.

Es gilt $E_{\text{Max}} = -M^{-1}$

<p>(A.3) (Annäherung) $E_{\text{Max}} = \frac{1}{\sqrt{4AC - B}}$</p>
--

In unserem Beispiel hieße das:

$$E_{\text{Max}} = 42,023\dots$$

Ein sehr realistischer Wert.

2. Verbesserte Darstellungsform von Polaren

Es soll nun ein Weg gefunden werden, möglichst viele Werte einer Flugvermessung mathematisch zu erfassen und praktisch nutzen zu können. Eine weit verbreitete Methode, um Werte zwischen den Messpunkten realistisch zu interpolieren ist die Annäherung durch kubische Splines. Sie bieten den Vorteil, dass die Funktion $s(x)$ (zusammengesetzt aus den einzelnen Funktionen $p_1(x), p_2(x)\dots$) zweimal stetig differenzierbar ist. Dadurch wird ein durchgehend „glatter“ Kurvenverlauf gewährleistet.

2.1 Herleitung⁸

Es ergeben sich folgende Bedingungen:

- | | | |
|-----|--|-----------------------------------|
| (1) | An den Stützstellen nimmt die Funktion die Werte an | $p_i(x_i) = y_i$ |
| (2) | Die Teilfunktionen „hängen zusammen“ | $p_i(x_i) = p_{i-1}(x_{i-1})$ |
| (3) | Die Stützpunkte haben keine „Kanten“ | $p'_i(x_i) = p'_{i-1}(x_{i-1})$ |
| (4) | An den Stützp. ändert sich der Krümmungsradius nicht | $p''_i(x_i) = p''_{i-1}(x_{i-1})$ |

Das Grundpolynom hat somit die Form $p_i(x) = a_i + b_i(x-x_i) + c_i(x-x_i)^2 + d_i(x-x_i)^3$

Die erste Ableitung dieses Polynoms: $p'_i(x) = b_i + 2c_i(x-x_i) + 3d_i(x-x_i)^2$

Die zweite Ableitung des Polynoms: $p''_i(x) = 2c_i + 6d_i(x-x_i)$

Es sei $h_i = x_{i+1} - x_i$

Mit (1) erhält man: **(U.1)** $a_i = y_i$ wobei gilt ($i=0, 1, \dots, n$)

Aus (4) folgert man: $2c_{i+1} = 2c_i + 6d_i h_i$ und somit **(U.2)** $d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3h_i}$

Aus (2) und (4) schließt man mit **(U.2)**: $a_{i+1} = a_i + b_i h_i + \frac{1}{3} h_i^2 (2c_i + c_{i+1})$ woraus folgt:

⁸ „Numerische Mathematik“, Dr. Hans Ade, Prof. Dr. Hugo Schell, Ernst Klett Verlag, Stuttgart, 1985, S.133 ff.

$$(U.3) \quad b_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{h_i} - \frac{1}{3} h_i (2c_i + c_{i+1}) \quad \text{wobei gilt } (0 \leq i \leq n-1)$$

Aus (3) kann man mit den bisherigen Ergebnissen **(U.2)** und **(U.3)** - folgern (es gilt : ($1 \leq$

$$i \leq n)) : (U.4) \quad h_{i-1}c_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)c_i + h_i c_{i+1} = 3 \left(\frac{1}{h_i} (a_{i+1} - a_i) - \frac{1}{h_{i-1}} (a_i - a_{i-1}) \right)$$

Bei **(U.4)** handelt es sich um ein überbestimmtes Gleichungssystem mit $n+1$ Gleichungen bei $n-1$ Variablen. Es können nun zwei weitere Bedingungen gestellt werden. Diese wären:

$$c_0 = c_n = 0$$

Mit diesen beiden zusätzlichen Bedingungen verschwindet die Krümmung am linken und rechten der Splinefunktion.

Mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens können die Variablen aus (U.4) errechnet und die Polynome der Splinefunktion bestimmt werden.⁹

2.1.1 Ergebnisse der Splinefunktion

Für das Beispielflugzeug (Werte siehe Anhang) berechnet das Programm die entsprechenden Polynome. Die errechneten Sinkwerte finden sich im Anhang. Das Programm ist auch in der Lage, diese für verschiedene Flächenbelastungen und Flughöhen zu berechnen und „Holtkamp“-Zungen für den Endanflug sowie MacCready Ringe für die Sollfahrt zu erstellen. Ein Polynom der Splinefunktion könnte sein:

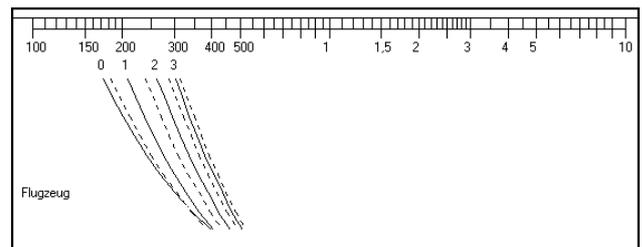


Abbildung 4 Eine "Holtkamp"-Zunge

$$P1(x) = -0,000793914062724863 * (x - 70)^3 + 0,120647851568122 * (x - 70)^2 - 2,88$$

2.1.2 Modifikation der Splinefunktion

Man kann die Polynome einer kleinen „Schönheitsoperation“ unterziehen, indem man das Glied $z_i (x-x_i)^n$ in $y_i (x)^n$ vereinfacht. Die Herleitung findet sich im Anhang.

Die „neuen“ Polynome sind nun etwas übersichtlicher:

$$P1(x) = -0,000793914062724863 * x^3 + 0,166721953172221 * x^2 + 11,5498888704874 * x + 260,987173904859$$

Leider zeigt sich, dass aufgrund von Rundungsfehlern kleinste Unterschiede in den Ergebnissen zu verzeichnen sind. Da diese jedoch im Bereich von höchstens $1 \cdot 10^{-13} \text{ ms}^{-1}$ zu liegen scheinen, kann dieser Unterschied vernachlässigt werden. Es ist also eher „Geschmackssache“, ob diese Modifikation vorgenommen wird. Wird die Polare jedoch zentrisch gestreckt (z.B. durch höhere Flugzeugmasse), so wird auf diese Modifikation zurückgegriffen, um die Polare der höheren Flächenbelastung zu berechnen.

⁹ „Computermathematik“, Walter Gander, Birkhäuser Verlag, Basel, 1992², S.124 ff.

Einschub :E 1. Die Theorie der Sollfahrt

Aufgrund der unzähligen Parameter ist es nicht möglich, eine generelle Lösung des Sollfahrtproblems zu finden. So ist über den Windeinfluss, der abhängig ist von Ort, Höhe und Zeit, während des Fluges nur sehr wenig bekannt. Weiterhin wird die Sollfahrt von Faktoren wie Mücken auf den Tragflächen, Lage des Schwerpunktes, Flächenbelastung, Luftdichte, ständig wechselnde Luftmassenbewegung und Zentrifugalkräfte, die sich nur schwer erfassen lassen, bestimmt.

Veränderte Flächenbelastung und Luftdichte können relativ leicht durch eine Verschiebung der Polare berücksichtigt werden.

E1.1 Die Bestimmung der Sollfahrt

Auf eine Herleitung der Sollfahrttheorie soll nun aus Platzgründen verzichtet werden¹⁰. Sie besagt:

E.A	$\left(\frac{dW_s}{dV}\right)V = (W_s + W_m) - St$
-----	--

E1.2 Zusammenhang zwischen der Flächenbelastung und der Luftdichte und der Polare des Segelflugzeuges

Eine Veränderung der Flächenbelastung hat wie die Veränderung der Luftdichte eine

Streckung der Polare vom 0-Punkt im Verhältnis $\frac{\sqrt{\text{NeueFlächenbelastung}}}{\sqrt{\text{VermesseneFlächenbelastung}}}$

bzw. $\frac{\sqrt{\text{AktuelleLuftdichte}}}{\sqrt{\text{LuftdichteBeiVermessung}}}$ zur Folge¹¹. Man kann mit Hilfe dieser beiden

Faktoren eine neue, angepasste Polare errechnen.

2.2 Sollfahrt nach dem in 2.1 hergeleiteten Verfahren

Könnte man die Sollfahrt mit Hilfe von (E.A) und der Quadratfunktion noch eindeutig für ein bestimmtes $W_{s_{\text{gesamt}}}$ berechnen¹² geht dies aufgrund des Grades der Polynome der Splinefunktion nicht mehr. Man kann jedoch jeder Geschwindigkeit V ein $(W_{s_{\text{gesamt}}} - St)$ zuordnen (die Umkehrfunktion zu der Funktion, die gesucht ist).

¹⁰ „Zum Problem der Fahrtoptimierung im Streckenflug“, Helmut Reichmann, Dissertation, Saarbrücken, 1976, S.89 ff.

¹¹ „Streckensegelflug“, Helmut Reichmann, Motorbuch Verlag, Stuttgart, 1989⁷, S.182

¹² „Zum Problem der Fahrtoptimierung im Streckenflug“, Helmut Reichmann, Dissertation, Saarbrücken, 1976, S.97

Berechnet man nun viele Geschwindigkeiten (im Abstand von 1 km/h etwa), so kann man mit Hilfe eines Algorithmus, zu einem bekannten ($W_{s_{gesamt}} - St$) die Sollfahrt berechnen. In unserem Beispiel würde das folgendermaßen aussehen (10 km/h –Schritte):

```
80 : 0,0474435772633588
90 : -0,135458989715495
100 : -0,657264517288109
110 : -1,23247513650227
120 : -1,75320925633526
140 : -2,9355808626059
150 : -3,71563335534894
160 : -5,27168145991399
170 : -8,06430265930358
180 : -9,59466474172332
```

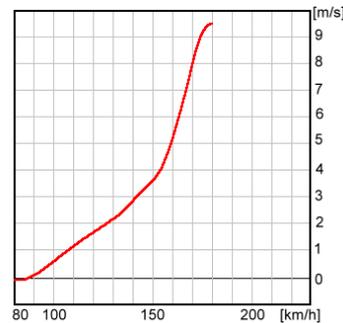


Abbildung 5 Die "MacCready-Funktion"

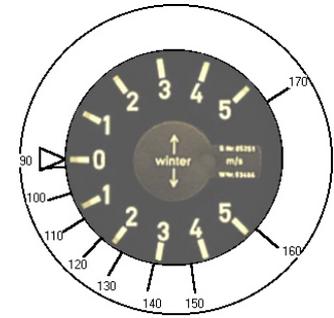


Abbildung 6: Der MacCready – Ring: um das Variometer herum angebracht liefert er die Sollfahrt für ein ($W_{s_{gesamt}} - St$).

Die Sollfahrt für ($W_{s_{gesamt}} - St$) = - 9,594... würde also 180 km/h betragen. Zum Zeichnen der MacCready Funktion wird die Betragsfunktion auf diese angewandt.

2.3 Unterschiede zur durch die Quadratfunktion bestimmten Sollfahrt

Setzt man (A) in (E.A) ein, so kann man die „optimale“ Geschwindigkeit wie folgt berechnen:

$$(A.4) \text{ (Annäherung)} \quad V_{\text{soll}} = \sqrt{\left[\frac{Wm - St + C}{A} \right]}$$

Für die in 2.2.1 errechneten Parameter

```
A= -0,0009675
B= 0,1809
C= -10,827
```

erhält man folgende Ergebnisse:

```
80 : 0,383472222222231
90 : 0,168750000000006
100 : -0,349999999999996
110 : -0,976249999999998
120 : -1,71
130 : -2,55125
140 : -3,5
150 : -4,55625
160 : -5,72
170 : -6,99125
180 : -8,37
```

Es sei angemerkt, dass man zur Konstruktion des MacCready Ringes erst zu jeder Geschwindigkeit das zugehörige „erwartete Steigen“ (Tangente an Polare liefert an y-Achse den Wert St) berechnen und von $W_{S_{gesamt}}$ (= $W_{S_{eigen}}$ wenn $W_m = 0$) abziehen ist (da $St > 0$ und $W_{S_{gesamt}} < 0$). Nachfolgend der Vergleich. Geschwindigkeiten auf 1 km/h genau.

MC-Wert	V_{Soll1} (Spline)	V_{Soll2} (Quadratfkt)	ΔV ($V_{Soll1} - V_{Soll2}$)
0	86 km/h	93 km/h	-7 km/h
-0,5	97 ($\Delta 11$) * km/h	103 ($\Delta 10$) km/h	-6 km/h
-1	106 ($\Delta 9$) km/h	111 ($\Delta 8$) km/h	-5 km/h
-1,5	115 ($\Delta 9$) km/h	117 ($\Delta 6$) km/h	-2 km/h
-2	125 ($\Delta 10$) km/h	124 ($\Delta 7$) km/h	1 km/h
-2,5	134 ($\Delta 9$) km/h	129 ($\Delta 5$) km/h	5 km/h
-3	141 ($\Delta 7$) km/h	135 ($\Delta 6$) km/h	6 km/h
-3,5	147 ($\Delta 6$) km/h	140 ($\Delta 5$) km/h	7 km/h
-4	153 ($\Delta 6$) km/h	145 ($\Delta 5$) km/h	8 km/h
-4,5	156 ($\Delta 3$) km/h	149 ($\Delta 4$) km/h	7 km/h
-5	159 ($\Delta 3$) km/h	154 ($\Delta 5$) km/h	5 km/h
-5,5	162 ($\Delta 3$) km/h	158 ($\Delta 4$) km/h	4 km/h
-6	163 ($\Delta 1$) km/h	162 ($\Delta 4$) km/h	1 km/h
-6,5	165 ($\Delta 2$) km/h	166 ($\Delta 4$) km/h	-1 km/h
-7	167 ($\Delta 2$) km/h	170 ($\Delta 4$) km/h	-3 km/h
-7,5	168 ($\Delta 1$) km/h	174 ($\Delta 4$) km/h	-6 km/h
-8	170 ($\Delta 2$) km/h	177 ($\Delta 3$) km/h	-7 km/h
-8,5	172 ($\Delta 2$) km/h	181 ($\Delta 4$) km/h	-9 km/h
-9	174 ($\Delta 2$) km/h	184 ($\Delta 3$) km/h	-10 km/h

* (ΔV) Zur Verdeutlichung der Unterschiede, besonders im Bereich von $V=160$ Km/h. Siehe auch 4. Ergebnisse

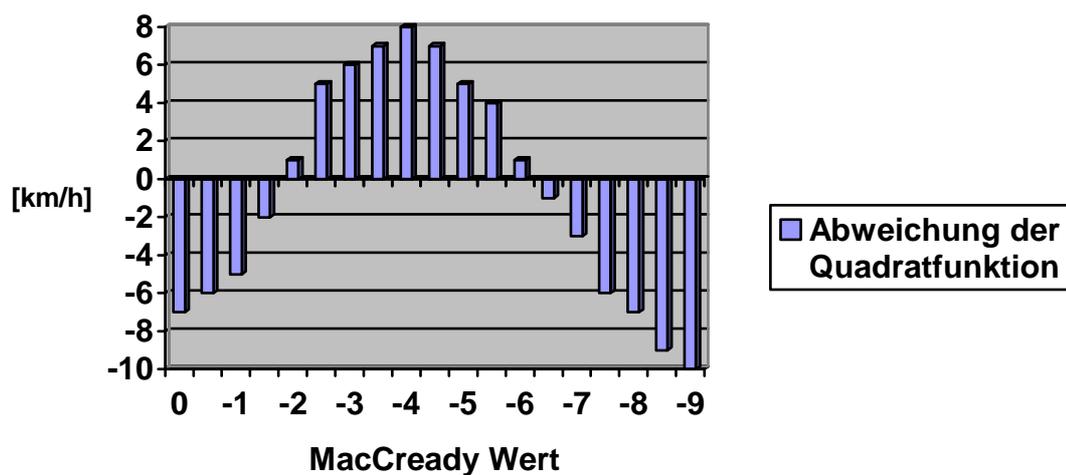


Abbildung 7 Die Abweichungen der Quadratfunktion grafisch veranschaulicht

3.Zusammenfassung

Vergleicht man eine von geübter Hand gezeichnete auf mehreren Dutzend Messpunkten aufbauende Polare mit einer durch kubische Splines interpolierten, so wird man nur geringe Unterschiede feststellen können. Es ist gelungen, mit weniger als 15 Messpunkten eine überzeugende Polare wieder zu geben.

Die in Segelflugrechnern bisher übliche Quadratfunktion zeigt ihre enormen Schwächen bei der Approximation der Polare, der Bestimmung von wichtigen Ereignissen (Geschwindigkeit des geringsten Sinkens, Geschwindigkeit des besten Gleitens).

Besonders gravierend fallen die Unterschiede bei der Sollfahrt aus. Polaren moderner Segelflugzeuge weisen oft über eine starke Zunahme der Sinkwerte im Bereich von $V=160$ km/h auf. Über dieser Geschwindigkeit liegt der c_A Wert des Profils außerhalb der „Laminardelle“, d.h. der Flügel erzeugt zunehmend mehr Widerstand. Die Quadratfunktion kann diese Besonderheit nicht erfassen. Es ist also nur sinnvoll schneller als ca. 160 km/h zu fliegen, wenn das aufgrund des erwarteten Steigens oder der starken Abwinde nötig ist. Diesen Sachverhalt zeigt der MacCready - Ring (bzw. die $-$ Funktion) der Spline-interpolierten Polare ganz deutlich (Abb.5). Der MacCready-Ring der Quadratfunktion wird diesem Umstand hingegen nicht gerecht.

Besonders kritisch ist jedoch die Situation für MacCready Werte von $-5,5$ m/s bis $-2,5$ m/s, da der Pilot mit einem „normalen“ auf die Quadratfunktion aufbauenden Sollfahrtgeber zu langsam fliegen wird. Dieser Geschwindigkeitsbereich ist jedoch besonders wichtig, da er nahe der Vorfluggeschwindigkeit zwischen den Aufwinden liegt und somit sehr gravierende Auswirkungen auf die Reisegeschwindigkeit und unter Umständen auch auf die Durchführbarkeit der Tagesaufgabe haben kann!

Im unteren Geschwindigkeitsbereich ($Mc = -1$ m/s bis 0 m/s) der für Endanflüge besonders wichtig ist, fordert dieser Sollfahrtgeber fatalerweise zum schnelleren als nötigen Vorflug auf. Gerade am Ende des Tages ist es jedoch wichtig, bei schwach gewordenen Thermikquellen oder gar keinen Aufwinden mehr, den Endanflug nicht zu schnell zu fliegen, da man keine Möglichkeit mehr haben wird, die mit Geschwindigkeit „vergeudete“ Höhe wieder „gut zu machen“.

Es ist unverständlich, aus welchem Grund sich Segelflugrechner in diesem Gebiet nicht weiter entwickelt haben. Mit Sicherheit ist es jedoch die fehlende Nachfrage. Vergleicht man die Preisunterschiede, die gezahlt werden um ein Standardklasseflugzeug mit „ein paar Gleitpunkten mehr“ zu erwerben (bei Spitzenflugzeugen liegen die Preisdifferenzen jenseits der 30'000 Euro Grenze...), und die Leistungseinbußen durch einen schlecht arbeitenden, veralteten Segelflugrechner, so spricht um so mehr für die neu erarbeitete Darstellungsform für Segelflugpolaren . Wenngleich diese neue Darstellungsweise zu keinem Weltmeistertitel oder Rekordflug zu verhelfen vermag, stellt sie doch eine relativ billige und mit anderen „Tuningmaßnahmen“ verglichen, wenig aufwändige Möglichkeit dar, noch mehr aus seinem Fluggerät „herauszuholen“.

Anhang

Koordinatenpaare des Beispielflugzeuges

Fluggeschwindigkeit (km / h)	Sinkgeschwindigkeit (- m/s)
70	0,80
75	0,66
80	0,63
90	0,63
100	0,67
110	0,76
120	0,89
130	1,05
140	1,24
150	1,47
160	1,75
170	2,15
180	2,67
190	3,19

Errechnete Sinkwerte des Beispielflugzeuges nach 2.1

70 :	-0,8	110 :	-0,76	150 :	-1,47
71 :	-0,766707239581834	111 :	-0,771400591790175	151 :	-1,49493909929768
72 :	-0,73473766926821	112 :	-0,783186304177557	152 :	-1,52028337504582
73 :	-0,705414479163669	113 :	-0,795346000955679	153 :	-1,54613596113401
74 :	-0,680060859372751	114 :	-0,807868545918075	154 :	-1,57259999145187
75 :	-0,66	115 :	-0,820742802858276	155 :	-1,599778599889
76 :	-0,646111901045414	116 :	-0,833957635569815	156 :	-1,62777492033501
77 :	-0,637503802090829	117 :	-0,847501907846224	157 :	-1,65669208667951
78 :	-0,632839752613536	118 :	-0,861364483481037	158 :	-1,6866332328121
79 :	-0,630783802090829	119 :	-0,875534226267784	159 :	-1,71770149262239
80 :	-0,63	120 :	-0,89	160 :	-1,75
81 :	-0,629384174790493	121 :	-0,904752178997316	161 :	-1,78361855068883
82 :	-0,628759270800353	122 :	-0,919787179683765	162 :	-1,81859358785003
83 :	-0,628180011339777	123 :	-0,935102929009479	163 :	-1,85494821649907
84 :	-0,627701119718961	124 :	-0,95069735392459	164 :	-1,89270554165139
85 :	-0,6273773192481	125 :	-0,96656838137923	165 :	-1,93188866832246
86 :	-0,627263333237392	126 :	-0,982713938323532	166 :	-1,97252070152774
87 :	-0,627413884997031	127 :	-0,999131951707627	167 :	-2,01462474628267
88 :	-0,627883697837215	128 :	-1,01582034848165	168 :	-2,05822390760272
89 :	-0,628727495068139	129 :	-1,03277705559573	169 :	-2,10334129050334
90 :	-0,63	130 :	-1,05	170 :	-2,15
91 :	-0,63174759284188	131 :	-1,06749069222056	171 :	-2,198186697947
92 :	-0,633983281398409	132 :	-1,08526497708738	172 :	-2,24774227355404
93 :	-0,636711730373105	133 :	-1,10334228300641	173 :	-2,29847117286971
94 :	-0,639937604469482	134 :	-1,12174203838357	174 :	-2,35017784194256
95 :	-0,643665568391058	135 :	-1,14048367162481	175 :	-2,40266672682115
96 :	-0,64790028684135	136 :	-1,15958661113606	176 :	-2,45574227355405
97 :	-0,652646424523873	137 :	-1,17907028532327	177 :	-2,50920892818982
98 :	-0,657908646142145	138 :	-1,19895412259237	178 :	-2,56287113677702
99 :	-0,663691616399682	139 :	-1,2192575513493	179 :	-2,61653334536423
100 :	-0,67	140 :	-1,24	180 :	-2,67
101 :	-0,676835453841986	141 :	-1,26119505212044	181 :	-2,72311465752319
102 :	-0,684187603606008	142 :	-1,2828329119667	182 :	-2,77587731793379
103 :	-0,692043067167804	143 :	-1,3048979389649	183 :	-2,82832709202209
104 :	-0,700388462403111	144 :	-1,32737449254114	184 :	-2,88050309057838
105 :	-0,709210407187666	145 :	-1,35024693212155	185 :	-2,93244442439295
106 :	-0,718495519397209	146 :	-1,37349961713223	186 :	-2,98419020425608
107 :	-0,728230416907476	147 :	-1,39711690699931	187 :	-3,03577954095807
108 :	-0,738401717594205	148 :	-1,42108316114888	188 :	-3,08725154528919
109 :	-0,748996039333133	149 :	-1,44538273900708	189 :	-3,13864532803974

$z_i (x-x_i)^n$ vereinfacht als $y_i (x)^n$ wiedergeben

Die Koeffizienten seien der leichteren Schreibweise wegen mit a_i und b_i benannt.

I.) $Py(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

II.) $Pz(x) = b_3(x-x_i)^3 + b_2(x-x_i)^2 + b_1(x-x_i) + b_0$

II.) ausmultipliziert ergibt :

$$Pz(x) = (b_3)x^3 + (-2b_3x_i - 3b_2x_i + b_2)x^2 + (3x_i^2 + 2b_3x_i^2 - 2b_2x_i + b_1)x - (x_i^3 + 3x_i^2b_2 - 1x_i + b_0)$$

Und somit gilt:

$$a_3 = b_3$$

$$a_2 = -2b_3x_i - 3b_2x_i + b_2$$

$$a_1 = 3x_i^2 + 2b_3x_i^2 - 2b_2x_i + b_1$$

$$a_0 = x_i^3 + 3x_i^2b_2 - 1x_i + b_0$$

Regressionsparabel

Die quadratische Regression erfolgt mit Hilfe eines 3,3 Gleichungssystems:

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^4 \right) a + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right) b + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) c = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right) a + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) b + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) c = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) b + nc = \sum_{i=1}^n y_i$$

Mathematische Abkürzungen

Ws	Sinkgeschwindigkeit
C_A	Auftriebsbeiwert
Λ	Streckung (Spannweite geteilt durch mittlere Profiltiefe)
V	Geschwindigkeit
V_{ebest}	Geschwindigkeit des besten Gleitens
V_{Wsmin}	Geschwindigkeit des geringsten Eigensinkens
W_{Sebest}	Eigensinken bei bester Gleitzahl
W_{Smin}	Minimales Eigensinken
W_m	Luftmassensinken/ -steigen
W_{Sgesamt}	- (W_m + W_s)
St	erwartetes Steigen im nächsten Aufwind – eingestellter MacCready - Wert
M	Steigung der Tangente

Literaturverzeichnis

- [1] „Zum Problem der Fahrtoptimierung im Streckenflug“, Helmut Reichmann, Dissertation, Saarbrücken 1976
- [2] „Streckensegelflug“, Helmut Reichmann, Motorbuch Verlag, Stuttgart, 1989⁷
- [3] „The Paths of Soaring Flight“, J. Irving, Imperial College Press, London, 1999
- [4] „The Fundamentals of Sailplane Design“, Fred Thomas, College Park Press, 1999
- [5] „Numerische Mathematik“, Dr. Hans Ade, Prof. Dr. Hugo Schell, Ernst Klett Verlag, Stuttgart, 1985
- [6] „Computermathematik“, Walter Gander, Birkhäuser Verlag, Basel, 1992²
- [7] „Taschenbuch mathematischer Formeln“, Hans Jochen Bartsch, Fachbuchverlag Leipzig, Leipzig, 1993¹⁵
- [8] „Grundtheorie des modernen Streckensegelfluges“, Fred Weinholtz, VLL Verlag, Bochum, 1975⁵
- [9] <http://www.ifam.uni-hannover.de/~herrmann/SPLINEBA.PDF>

Bildnachweis

- S.1: Luitpold Staudigl
- S.2: Luitpold Staudigl

Die restlichen Grafiken fertigte der Autor mit Hilfe des für diese Arbeit geschriebenen Pogramms an.