

Praktikum zur Vorlesung „Grundlagen der Werkstoffwissenschaft“ Anleitung für das Praktikum Elektrische Leitfähigkeit

1. Theoretische Grundlagen zur elektrischen Leitfähigkeit

1.1. Klassische Elektronengasttheorie

Der metallische Zustand ist durch eine sehr gute elektrische Leitfähigkeit gekennzeichnet. Zur Erklärung dieser Tatsache entstand um die Jahrhundertwende die Vorstellung frei beweglicher Elektronen im Metall, d.h., nicht alle Metallelektronen sind an ihr jeweiliges Atom gebunden, sondern stehen dem Metall insgesamt zur Verfügung. Die frei beweglichen Elektronen stellt man sich als Elektronengas vor. In Analogie zur kinetischen Gastheorie vollführen die frei beweglichen Elektronen ungeordnete Translationsbewegungen. Mit dieser Vorstellung lassen sich folgende Phänomene der elektrischen Leitfähigkeit erklären:

1.1.1. Berechnung der spezifischen Ladung

TOLMANN und STEWARD gelang 1916 der experimentelle Nachweis der klassischen Elektronengasttheorie. Durch Beschleunigung eines Drahtes parallel zu seiner Längsrichtung stauen sich die freien Ladungsträger durch Trägheitskräfte an den der Bewegungsrichtung entgegengesetzten Enden auf. Aus der Ladungstrennung und dem daraus resultierenden Spannungsimpuls läßt sich die spezifische Ladung der Elektronen ermitteln:

$$\frac{q}{m} = -\frac{e}{m_e} = -1,76 \cdot 10^{11} \text{ , } \left[\frac{q}{m} \right] = \frac{As}{kg}$$

1.1.2. JOULEsche Stromwärme

Die Wärmebewegung der Elektronen kennt keine Vorzugsrichtung. Erst bei Anliegen eines elektrischen Feldes stellt sich eine geordnete Bewegung in Feldrichtung ein. Stossprozesse der Elektronen mit Gitterbausteinen führen zu einer Energieübertragung der Elektronen an das Atomgitter. Das führt zur Stromerwärmung.

1.1.3. Ableitung des OHMschen Gesetzes

Durch die Energieübertragung stellt sich bei gegebener Feldstärke E eine mittlere Driftgeschwindigkeit u ein:

$$u = -\frac{e \cdot |E| \cdot \tau}{2m}$$

$|E|$ – Betrag der Feldstärke m – Elektronenmasse
 e – Elementarladung τ – mittlere Stosszeit

Die Driftgeschwindigkeit u ist viel kleiner als die durch die Wärmebewegung verursachte Geschwindigkeit v_T und geht nach jedem Stossprozess gegen Null.

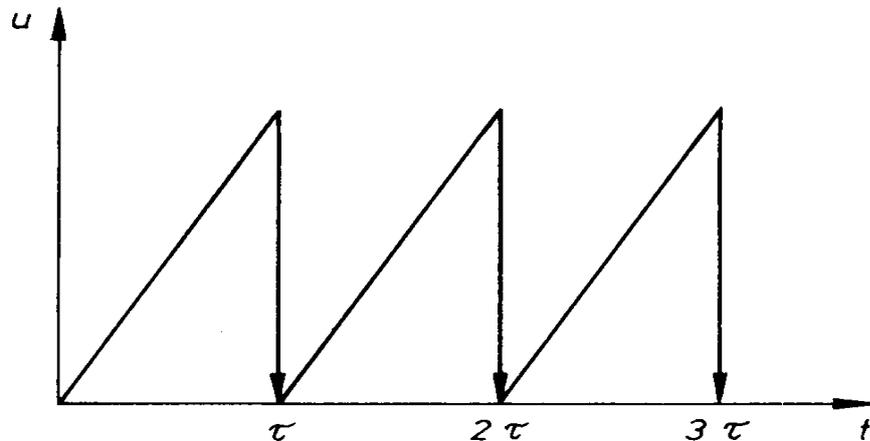


Bild 1: Driftgeschwindigkeit über der Zeit

Integriert man die Bewegungsgleichung für ein Elektron

$$m_e \ddot{x} = -eE,$$

dann erhält man:

$$\int_0^{v_{\max}} dv = \int_0^{\tau} \ddot{x} dt = -\frac{e}{m} |E| \int_0^{\tau} dt \text{ und } v_{\max} = -\frac{e}{m} E \cdot \tau$$

u ist demzufolge $v_{\max}/2$.

Der Strom ergibt sich gemäß Bild 2 aus dem Elektronengasvolumen V , das durch den Querschnitt A strömt:

$$V = u \cdot A \cdot t \text{ und } s = u \cdot t$$

Ist n_e Zahl der Leitungselektronen pro Volumen V , dann ergibt sich die Zahl der Elektronen, die pro Zeit t durch den Querschnitt A tritt,

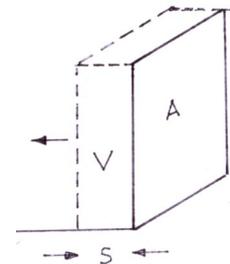


Bild 2

als Stromdichte j :

$$j = \frac{V \cdot n_e}{A \cdot t} = u \cdot n_e \Rightarrow j = \frac{e^2 \cdot n_e \cdot \tau}{2m_e} \cdot |E|$$

Wegen $j = \kappa \cdot E$ ergibt sich als elektrische Leitfähigkeit $\kappa = \frac{e^2 \cdot n_e \cdot \tau}{2m_e}$

Der spezifische elektrische Widerstand ρ ist als Kehrwert des Leitwertes definiert.

1.1.4. Zusammenhang zwischen elektrischer und Wärmeleitfähigkeit (Gesetz von WIEDEMANN-FRANZ)

Setzt man die Gültigkeit der kinetischen Gastheorie für das Elektronengas voraus

$$\frac{3}{2}kT = \frac{m_e}{2}v_r^2,$$

ergibt sich die Wärmeleitfähigkeit eines Gases λ

$$\lambda = \frac{3n_e}{2m_e} \cdot k^2 \cdot T \cdot \tau,$$

und man erhält wegen

$$\kappa = \frac{e^2 \cdot n_e \cdot \tau}{2m_e}$$

das Verhältnis von Wärmeleitfähigkeit zu elektrischer Leitfähigkeit:

$$\frac{\lambda}{\kappa} = \frac{3 \cdot k^2}{e^2} \cdot T = L \cdot T.$$

Der Proportionalitätsfaktor L, die LORENTZzahl beträgt $L = 2,2 \cdot 10^{-8} \frac{W \cdot \Omega}{K^2}$.

1.2. Nachteile der klassischen Elektronengastheorie und deren Beseitigung durch die Anwendung der FERMI'schen Theorie

Die klassische Elektronengastheorie liefert allerdings nicht für alle Phänomene eine befriedigende Erklärung.

1.2.1. Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme

Die spezifische Wärmekapazität ergibt sich als Quotient von zugeführter Wärmemenge zu hervorgerufener Temperaturänderung.

Bei konstantem Volumen gilt: $c_v = \frac{dU}{dT}$ *U – Innere Energie*

Zur Inneren Energie des Metallgitters kommt also noch ein Betrag aus der Energie des Elektronengases ($3RT/2$), der differenziert nach T einen zusätzlichen Beitrag von $3R/2$ zur spezifische Molwärme c_v liefert. Um diesen Betrag ist die nach der klassischen Gastheorie berechnete Molwärme größer als die nach der Regel von DU-LONG-PETIT mit $c_v = 3R$.

Die klassische Theorie liefert also eine temperaturunabhängige spezifische Wärme. Erst PLANCK (1900) und EINSTEIN (1907) erklärten die beobachtete Abnahme der spezifischen Wärme mit der Temperatur mit Hilfe des Quanteneffektes. DEBYE (1912) erkannte die Notwendigkeit, die Kopplung der Atome im Kristallgitter zu berücksichtigen, die zur Entstehung eines ganzen Schwingungsspektrums anstelle der einheitlichen Frequenz ungekoppelter Gasmoleküle führt.

1.2.2. Die mittlere freie Weglänge der Elektronen

Nach der klassischen Elektronengastheorie ergibt sich die mittlere freie Weglänge

der Elektronen zu $\Lambda = u \cdot \tau = \kappa \cdot \frac{2 \cdot m_e \cdot u}{n_e \cdot e^2}$

Setzt man dafür mittlere Werte ein,

$$\kappa = 10^7 \dots 10^8 \Omega^{-1} m^{-1}, \quad m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg, \quad u = 10^5 ms^{-1}, \quad n_e = 10^{29} m^{-3},$$

dann ergeben sich mittlere freie Weglängen von ca. 100Å. Die Atomabstände in dichtest gepackten Metallgittern betragen jedoch nur wenige Å, sodaß es wenig wahrscheinlich ist, daß die Elektronen solche großen Entfernungen ohne Stoßprozesse zurücklegen. Die Lösung dieses Widerspruchs ist durch die Vorstellung der Elektronenausbreitung als ebene gitterperiodisch modulierte Welle gegeben.

1.2.3. Die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit

Aus der klassischen Elektronengasttheorie

$$\frac{3}{2}kT = \frac{m_e}{2}u^2$$

ergibt sich die mittlere Geschwindigkeit u als

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot kT}{m_e}} \quad u \sim \sqrt{T}$$

und mit

$$\tau = \frac{\Lambda}{u} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}.$$

Da $\tau \sim \kappa$ würde letztlich die Proportionalität

$$\frac{1}{\rho} \sim \kappa \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$$

entstehen.

Experimentell ergibt sich jedoch der Zusammenhang nach Bild 3. Die Debye- Temperatur Θ kann für fast alle Werkstoffe als konstant angesehen werden ($88\text{K} \leq \Theta \leq 400\text{K}$), sie ist die Temperatur, oberhalb der alle Schwingungszustände der Gitterbausteine angeregt sind.

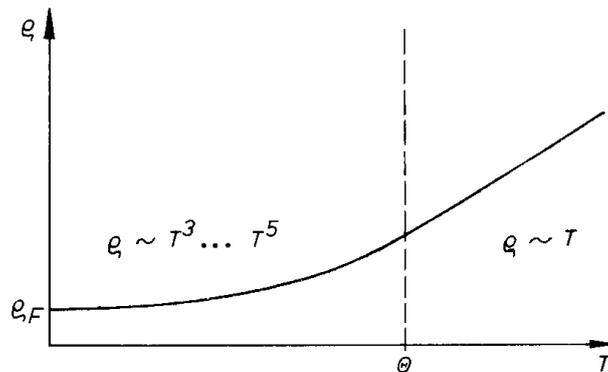


Bild 3:

1.3. FERMIsche Elektronengasttheorie

Die FERMIsche Elektronengasttheorie basiert auf der FERMI-Statistik (Ununterscheidbarkeit der Teilchen) und dem PAULI-Prinzip (pro Atom befinden sich höchstens zwei Elektronen in einer Energiezone, die sich durch ihren Spin unterscheiden) und beschreibt die Bewegung der Elektronen als Ausbreitung von ebenen Wellen im Kristallgitter, die gitterperiodisch moduliert sind. Alle Störungen des periodischen Gitteraufbaus führen somit zu Streuprozessen der Welle und erhöhen damit den elektrischen Widerstand. Abweichungen vom idealen Kristallgitter treten durch die Wärmeschwingungen der Atome und durch Gitterfehler auf. Gitterfehler können chemischer

(Fremdatome) oder physikalischer (Leerstellen, Versetzungen, Grenzflächen) Natur sein.

Diese Widerstandsanteile setzen sich entsprechend der MATTHIESSEN-Regel additiv zu dem Gesamtwiderstand ρ zusammen:

$$\rho = \rho_G(T) + \rho_F$$

$\rho_G(T)$ resultiert aus thermischen Gitterschwingungen, temperaturabhängig, materialkennzeichnend, da von Elektronenstruktur und Elektronenkonfiguration abhängig

ρ_F temperaturunabhängig, nur von Gitterfehlern abhängig

Durch Messung bei tiefen Temperaturen oder Extrapolation zu 0K gelingt es, über den Restwiderstand ρ_F Aussagen über die Konzentration von Gitterfehlern zu machen.

1.4. Die Messung des spezifischen Widerstandes als metallkundliche Untersuchungsmethode

Leerstellen und Eigenzwischengitteratome

$$\Delta\rho \sim C_{\text{punkdefekte}} \left(\approx 2 \cdot 10^8 \frac{\Omega m}{\% \text{ Fehlstelle}} \right)$$

Versetzungen

$$\rho_V \sim b^2$$

Der elektrische Widerstand entsteht durch Streuung der Elektronenwelle am Verzerrungsfeld der Versetzungen,

Fremdatome (FA)

$$\Delta\rho \sim C_{FA} \text{ bei kleinen Fremdatomkonzentrationen}$$

Aushärtungsuntersuchungen

$$\Delta\rho \rightarrow \text{Max. genau dann, wenn effektive Teilchengröße im Bereich der Wellenlänge der freien Elektronen liegt.}$$

Erholungs- und Rekristallisationsvorgänge (Entfestigungsvorgänge)

In verformten, abgeschreckten und bestrahlten Zuständen liegen verschiedene Gitterdefekte vor, zu deren Ausheilung unterschiedliche Aktivierungsenergien notwendig sind. Die Widerstandsabnahme erklärt sich aus der Annäherung an den ungestörten Gitterzustand.

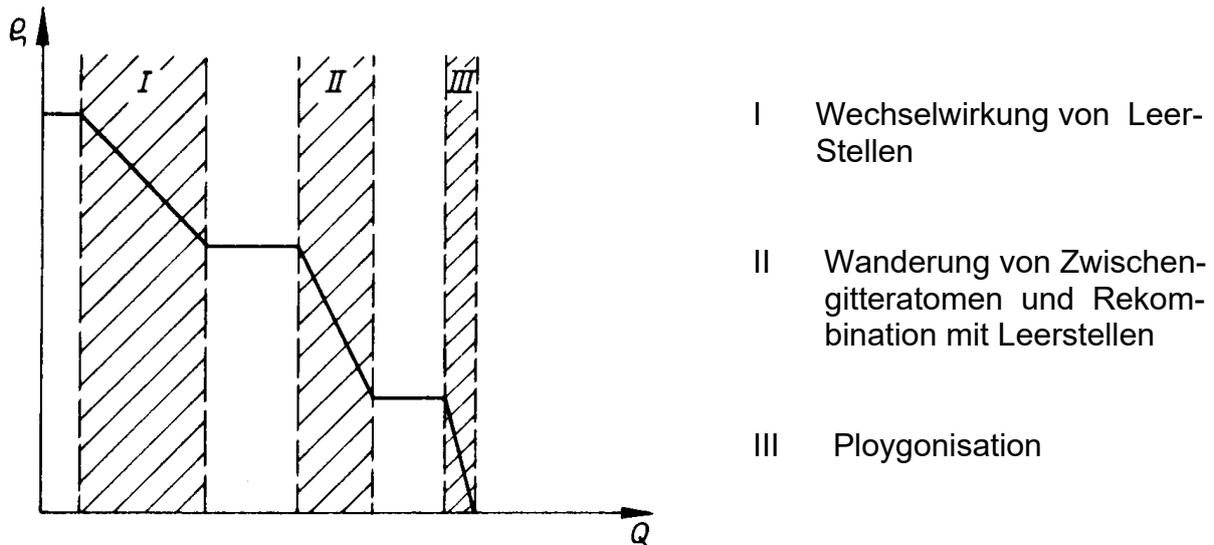


Bild 4: Widerstandsabnahme in Abhängigkeit von der Aktivierungsenergie Q der Entfestigungsprozesse

Konstitutionsuntersuchungen (Mischkristallbildung, Überstrukturen)

a) Mischkristallbildung:

Legiert man einem reinen Metall ein mischkristallbildendes zweites Metall zu, so wird der spezifische elektrische Widerstand gegenüber dem Grundmetall zunehmen. Bild 6 zeigt den Widerstandsverlauf in einem System mit vollständiger Löslichkeit der Komponenten im festen Zustand. Charakteristisch ist die lineare Abhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstandes für geringe Zulegierung und das Auftreten eines Maximums bei etwa 50 At-% Legierungsanteil.

Treten Ordnungszustände (Überstrukturen) auf, kommt es zu deutlichen Widerstands-senkungen, wie Bild 5 für das System Cu-Au zeigt.

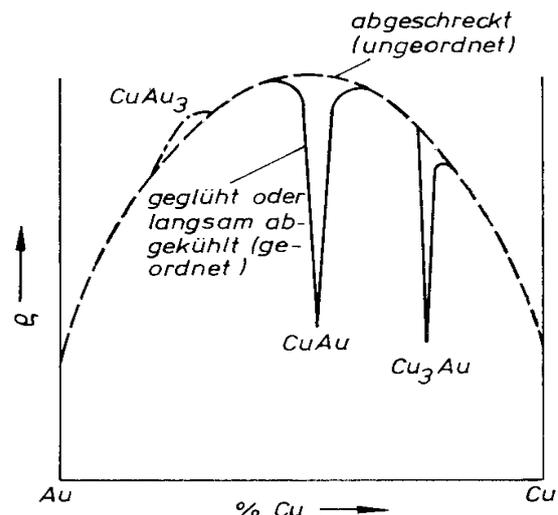


Bild 5: Spezifischer elektrischer Widerstand über der Konzentration im System Cu-Au Für den Einsatz bestimmter Legierungen ist der Temperaturkoeffizient des spezifischen elektrischen Widerstandes α wichtig:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dT}$$

Eine Aussage über den Temperaturkoeffizienten von Metall und Mischkristall ergibt sich aus der MATTHIESSENSchen Regel:

$$\alpha_{Mk} \cdot \rho_{Mk} = \alpha_{Metall} \cdot \rho_{Metall}$$

Da $\rho_{Mk} > \rho_{Metall}$ ist, muß der Temperaturkoeffizient des Mischkristalls kleiner als der des Metalls sein.

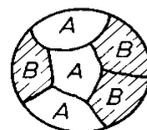
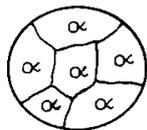
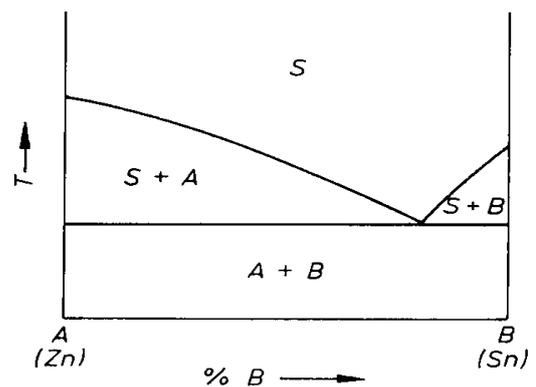
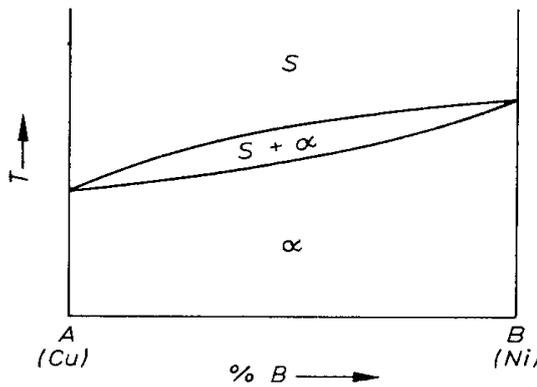
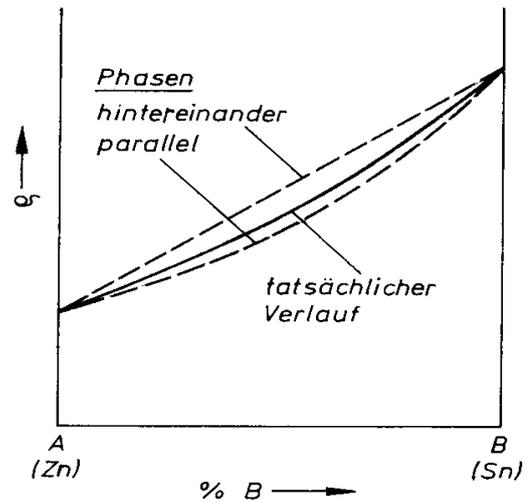
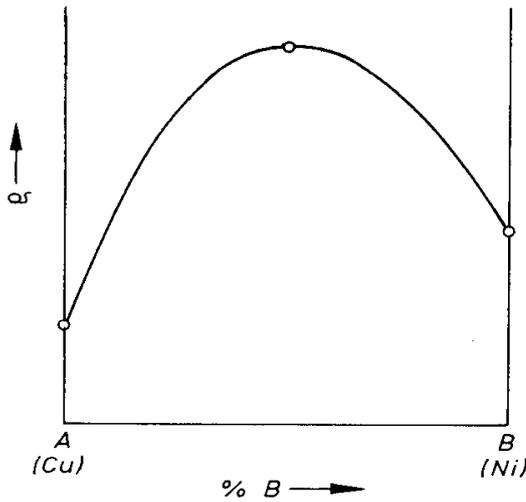


Bild 6: Widerstandsverlauf bei vollständiger Löslichkeit der Komponenten im festen Zustand

Bild 7: Widerstandsverlauf bei vollständiger Unlöslichkeit der Komponenten im festen Zustand

b) Unlöslichkeit der Komponenten im festen Zustand (Bild 7):

Sind zwei Metalle A und B im festen Zustand unlöslich, so liegen sie im Gefüge als getrennte Phasen nebeneinander vor. Der spezifische elektrische Widerstand einer solchen heterogenen Legierung wird von den Widerstandswerten der beteiligten Phasen und deren Mengenanteilen abhängig sein. Außerdem ist die gegenseitige Lage der Phasen im Gefüge von Bedeutung. In der Modellvorstellung sind zwei Extremzustände denkbar: Die Hintereinanderanordnung der Phasen ist mit der Reihenschaltung von Widerständen beschreibbar, die zweite Möglichkeit entspricht der Parallelschaltung. Unter Anwendung der bekannten Beziehungen aus der Elektrotechnik erhält man unter Annahme der Reihenschaltung eine lineare Abhängigkeit des Widerstandes von der Zusammensetzung und im Falle der Parallelschaltung eine hy-

parabolische Abhängigkeit. Der tatsächliche Verlauf liegt zwischen diesen beiden Abhängigkeiten (Bild 7).

c) Beschränkte Mischkristallbildung:

Für Legierungssysteme mit beschränkter Mischkristallbildung zeigt der Verlauf des spezifischen elektrischen Widerstandes über der Zusammensetzung Knickpunkte bei den Konzentrationen, bei denen für eine gegebene Temperatur der Übergang vom Einphasen- zum Zweiphasengebiet auftritt.

2. Aufgabe

Der Einfluß des Nickelgehaltes und der Temperatur auf den spezifischen elektrischen Widerstand von Kupfer-Nickel-Legierungen ist zu messen und metallkundlich zu interpretieren.

3. Proben und Messung

Die Praktikumsproben aus

Kupfer
Kupfer + 1% Nickel
Kupfer + 5% Nickel

bestehen aus Draht von 500mm Länge und 1mm Durchmesser in gewendelter Form. Der spezifische elektrische Widerstand ρ ergibt sich dann aus dem zu messenden OHMschen Widerstand R , der Länge des Leiters l und dessen Querschnitt A als

$$\rho = \frac{R \cdot A}{l}$$

Der OHMsche Widerstand dieser Proben ist bei folgenden Temperaturen zu messen:

T=RT (Raumtemperatur)
T=60°C
T=100°C
T=0°C
T=-196°C (Vorsicht beim Umgang mit Flüssigstickstoff!)

Da die zu messenden Widerstandswerte sehr klein sind, wird für die Messungen eine THOMSON-Brücke (Die WHEATSTONE-Schaltung ist um die Widerstände R_3 und R_4 erweitert.) verwendet (Bild 8). Nach Abgleich der Brücke ($U_B=0$) erhält man unter Anwendung des Maschensatzes (2. KIRCHHOFFsche Gesetz) den Messwiderstand R_x (R_N – Abgleichwiderstand):

$$R_x = R_N \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad \frac{R_1}{R_2} = 10^{-5} \quad \boxed{R_x = 10^{-5} \cdot R_N}$$

Meßbrücke nach THOMSON

Messung sehr kleiner Widerstände ($<1 \Omega$)

Der Meß- (R_x) und Vergleichswiderstand (R_N) sind von den Abgleichelementen getrennt.
In der Praxis wird oft $R_1 = R_3$ und $R_2 = R_4$ realisiert.

Widerstand dieser Brückenwiderstände ist groß gegenüber dem der Verbindungsleitung zwischen R_x und R_N .

Widerstände der Verbindungsleitungen gehen nicht in die Messung von R_x ein.

➔ Berücksichtigung der Leitungs- und Kontaktierungswiderstände

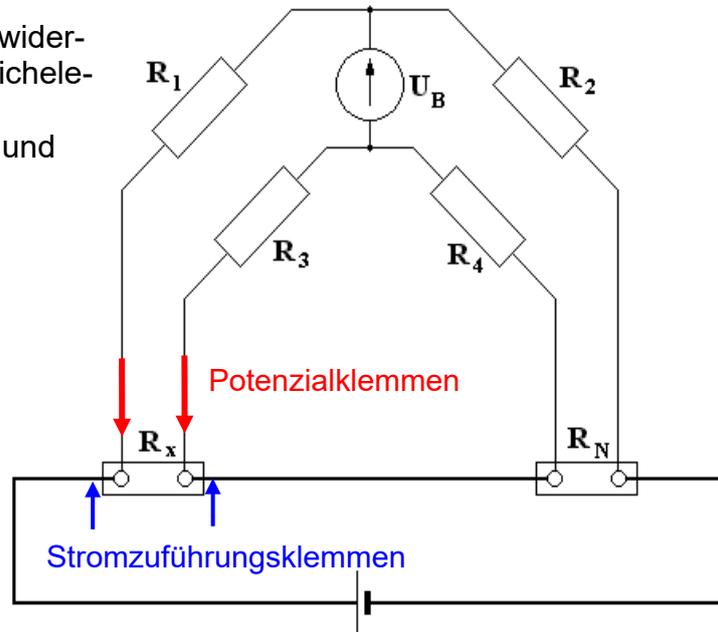


Bild 8: THOMSON-Messbrücke

4. Ergebnisdarstellung und Auswertung

Die ermittelten spezifischen Widerstände sind für die 3 Legierungen in Abhängigkeit von der Temperatur und für die Temperaturen in Abhängigkeit vom Nickelgehalt grafisch darzustellen und unter Berücksichtigung des binären Systems metallkundlich zu diskutieren.

Literatur

U. Hilleringmann, Silizium-Halbleitertechnologie, Teubner 2004

W. Schatt, H. Worch, Werkstoffwissenschaft , 9. Aufl. - Weinheim: Wiley-VCH, 2003.

M.N.Rudden, J.Wilson , Elementare Festkörperphysik und Halbleiterelektronik, Spektrum, Akademischer Verlag, Heidelberg, 1995

H. Ibach, H. Lüth , Festkörperphysik, Einführung in die Grundlagen, Springer Verlag, Berlin 1995

C. Weißmantel, C. Hamann , Grundlagen der Festkörperphysik, Johan Ambrosius Barth Verlag, Leipzig, 1995

C. Kittel, Einführung in die Festkörperphysik, Oldenburg Verlag, München, Wien, 1996