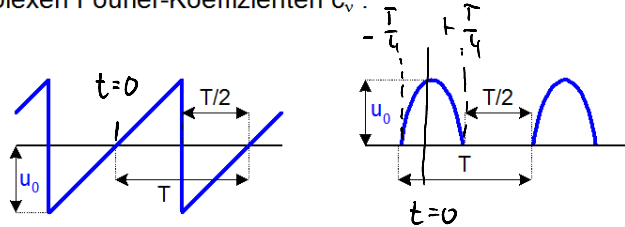


Aufgabe 1

Donnerstag, 4. Oktober 2007
14:20

1. Aufgabe

Entwickeln Sie die Fourier-Reihen für die nachfolgenden Zeitfunktionen. Verwenden Sie dabei die komplexen Fourier-Koeffizienten c_v .



Sägezahn: $u(t) = \frac{2 \cdot u_0}{T} \cdot t \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$

Fourier-Koeffizienten: $C_v = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} u(t) \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt$

Einsetzen von $u(t)$:

$$C_v = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \frac{2 \cdot u_0}{T} \cdot t \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt = \frac{2 \cdot u_0}{T^2} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} t \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt$$

$$C_v = \frac{2 \cdot u_0}{T^2} \cdot \left[\frac{-jv\omega_0 t - 1}{-v^2 \omega_0^2} \cdot e^{-jv\omega_0 t} \right]_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

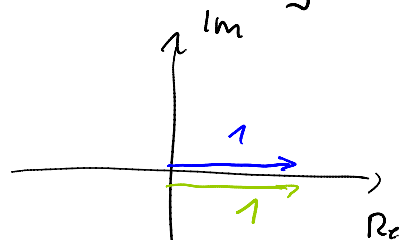
$$= \frac{2 \cdot u_0}{T^2} \cdot \left[\frac{-jv\omega_0 \cdot \frac{T}{2} - 1}{-v^2 \omega_0^2} \cdot e^{-jv\omega_0 \cdot \frac{T}{2}} - \frac{+jv\omega_0 \cdot \frac{T}{2} - 1}{-v^2 \omega_0^2} \cdot e^{+jv\omega_0 \cdot \frac{T}{2}} \right]$$

$$\stackrel{\omega_0 = \frac{2\pi}{T}}{=} \frac{2 \cdot u_0}{T^2} \cdot \left[\frac{-jv \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} - 1}{-v^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \cdot e^{-jv \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}} - \frac{jv \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} - 1}{-v^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} \cdot e^{+jv \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}} \right]$$

$$= \frac{2 \cdot u_0}{v^2 \cdot (2\pi)^2} \cdot \left[(jv\pi + 1) \cdot e^{-jv\pi} + (jv\pi - 1) \cdot e^{+jv\pi} \right]$$

$$= \frac{u_0}{v^2 \cdot 2\pi^2} \cdot \left[jv\pi \cdot e^{-jv\pi} + e^{-jv\pi} + jv\pi \cdot e^{+jv\pi} - e^{+jv\pi} \right]$$

$$= \frac{j u_0}{v \cdot 2\pi} \cdot \left[e^{-jv\pi} + e^{+jv\pi} \right]$$



± 2

Fourier-Reihe:

$$v(t) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} C_v \cdot e^{jv\omega_0 t} = \frac{-v_0}{2\pi} \cdot \sum_{v=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{jv} \cdot \underbrace{\left[e^{-jv\pi} + e^{jv\pi} \right]}_{\substack{=2 \text{ f\"ur } v \text{ gerade} \\ =-2 \text{ " " ungerade}}} \cdot e^{jv\omega_0 t}$$

Paarweise $\pm v$ zusammenfassen:

$$v(t) = \frac{-v_0}{2\pi} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} 4 \cdot (-1)^v \cdot \frac{1}{v} \cdot \underbrace{\left(\frac{e^{jv\omega_0 t} - e^{-jv\omega_0 t}}{2 \cdot j} \right)}_{= \sin(v \cdot \omega_0 t)}$$

Für $v=0$ ist der Beitrag Null, da kein Gleichstromglied vorhanden ist.

$$\boxed{v(t) = -\frac{2v_0}{\pi} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v \cdot \frac{1}{v} \cdot \sin(v\omega_0 t)}$$

Einweggleichrichtung:

Mathem. Beschreibung: $v(t) = v_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \quad -\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{4}$

Symmetrien: $v(t)$ ist gerade, d.h. $f(t) = f(-t)$

Fourier-Koeff.: $C_v = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt$

$$C_v = \frac{1}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} v_0 \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{U_0}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} \cos(\omega_0 t) \cdot e^{-j\nu\omega_0 t} dt \\
&= \frac{U_0}{T} \cdot \int_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \cdot e^{-j\nu\omega_0 t} dt \\
&= \frac{U_0}{2T} \cdot \int_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} \left(e^{j\omega_0 t \cdot (1-\nu)} + e^{-j\omega_0 t \cdot (1+\nu)} \right) dt \\
&= \frac{U_0}{2T} \cdot \left(\left[\frac{1}{j\omega_0 \cdot (1-\nu)} \cdot e^{j\omega_0 t \cdot (1-\nu)} \right]_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} - \left[\frac{1}{j\omega_0 (1+\nu)} \cdot e^{-j\omega_0 t \cdot (1+\nu)} \right]_{-\frac{T}{4}}^{+\frac{T}{4}} \right)
\end{aligned}$$

Integrationsgrenzen einsetzen und $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ einführen:

$$\begin{aligned}
C_\nu = \frac{U_0}{2T} \cdot & \left[\frac{1}{j \frac{2\pi}{T} (1-\nu)} \cdot e^{j \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} \cdot (1-\nu)} - \frac{1}{j \frac{2\pi}{T} \cdot (1+\nu)} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} \cdot (1+\nu)} \right. \\
& \left. - \frac{1}{j \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot (1+\nu)} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} \cdot (1+\nu)} + \frac{1}{j \frac{2\pi}{T} \cdot (1+\nu)} \cdot e^{j \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} \cdot (1+\nu)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_\nu = \frac{U_0}{4\pi} \cdot & \left[\frac{-j}{1-\nu} \cdot e^{j \frac{\pi}{2} \cdot (1-\nu)} - \frac{-j}{1-\nu} \cdot e^{-j \frac{\pi}{2} \cdot (1-\nu)} \right. \\
& \left. - \frac{-j}{1+\nu} \cdot e^{-j \frac{\pi}{2} \cdot (1+\nu)} + \frac{-j}{1+\nu} \cdot e^{j \frac{\pi}{2} \cdot (1+\nu)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_\nu = \frac{U_0}{4\pi} \cdot & \left[\frac{e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j\nu \frac{\pi}{2}}}{1-\nu} - \frac{e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\nu \frac{\pi}{2}}}{1-\nu} \right. \\
& \left. - \frac{e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j\nu \frac{\pi}{2}}}{1+\nu} + \frac{e^{-j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{j \frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\nu \frac{\pi}{2}}}{1+\nu} \right]
\end{aligned}$$

$\begin{matrix} -j\nu \frac{\pi}{2} & j\nu \frac{\pi}{2} & -j\nu \frac{\pi}{2} & j\nu \frac{\pi}{2} \end{matrix}$

$$C_v = \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1-v} - \frac{-e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1-v} - \frac{-e^{-jv\frac{\pi}{2}}}{1+v} + \frac{e^{-jv\frac{\pi}{2}}}{1+v} \right]$$

$$= \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{-jv\frac{\pi}{2}} + e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1-v} + \frac{e^{-jv\frac{\pi}{2}} + e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1+v} \right]$$

$v=0$: $C_0 = \frac{U_0}{\pi}$

$v = \pm 1$: Für $v = \pm 1$ ergibt sich ein unbestimmter Ausdruck ($\rightarrow$ Anwendung L'Hospital)

$C_1 = \lim_{v \rightarrow 1} \left[\frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{-jv\frac{\pi}{2}} + e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1-v} \right] \right]$

$$= \lim_{v \rightarrow 1} \left[\frac{U_0}{4\pi} \cdot \frac{-j\frac{\pi}{2} \cdot e^{-jv\frac{\pi}{2}} + j\frac{\pi}{2} \cdot e^{jv\frac{\pi}{2}}}{-1} \right] = \underline{\underline{\frac{U_0}{4}}}$$

$C_{-1} = \lim_{v \rightarrow -1} \left[\frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{-jv\frac{\pi}{2}} + e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1+v} \right] \right]$

$$= \lim_{v \rightarrow -1} \left[\frac{U_0}{4\pi} \cdot \frac{-j\frac{\pi}{2} \cdot e^{-jv\frac{\pi}{2}} + j\frac{\pi}{2} \cdot e^{jv\frac{\pi}{2}}}{1} \right] = \underline{\underline{\frac{U_0}{4}}}$$

v ungerade $\rightarrow$ $C_v = 0$

v gerade $v = 2k$

$C_{2k} = \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{-j\pi \frac{2k}{2}} + e^{j\pi \frac{2k}{2}}}{1-2k} + \frac{e^{-j\pi \frac{2k}{2}} + e^{j\pi \frac{2k}{2}}}{1+2k} \right]$

$$= \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{-j\pi k} + e^{j\pi k}}{1-2k} + \frac{e^{-j\pi k} + e^{j\pi k}}{1+2k} \right]$$

$$= \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{(1+2k) \cdot 2 \cdot (-1)^k + (1-2k) \cdot 2 \cdot (-1)^k}{(1-2k) \cdot (1+2k)} \right]$$

$$= \frac{U_0}{4\pi} \cdot \left[\frac{2 \cdot (-1)^k \cdot (1+2k + 1-2k)}{1-4k^2} \right]$$

$C_v = \frac{U_0 \cdot (-1)^k}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{1-4k^2} \right]$

Komplexe Fourier-Reihe:

$$v(t) = c_0 + c_1 \cdot e^{j\omega_0 t} + c_{-1} \cdot e^{-j\omega_0 t} + \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} c_{2k} \cdot e^{j2k\omega_0 t}$$

Einsetzen der c_v :

$$v(t) = \underbrace{\frac{v_0}{\pi}}_{v=0} + \underbrace{\frac{v_0}{4} \cdot (e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})}_{v=\pm 1} + \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \left(\frac{v_0}{\pi} \cdot \frac{(-1)^k}{1-4k^2} \right) \cdot e^{j2k\omega_0 t}}_{v \geq 2}$$

$$v(t) = \frac{v_0}{\pi} + \frac{v_0}{2} \cdot \cos(\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{v_0}{\pi} \cdot \frac{(-1)^k}{1-4k^2} \cdot e^{j2k \cdot \omega_0 t} + \frac{v_0}{\pi} \cdot \frac{(-1)^{-k}}{1-4k^2} \cdot e^{-j2k \cdot \omega_0 t} \right]$$



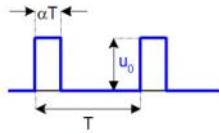
$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{v_0}{\pi} + \frac{v_0}{2} \cdot \cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1-4k^2} \cdot (e^{j2k\omega_0 t} + e^{-j2k\omega_0 t}) \\ &= \frac{v_0}{\pi} + \frac{v_0}{2} \cdot \cos(\omega_0 t) + \frac{2 \cdot v_0}{\pi} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1-4k^2} \cdot \cos(2k\omega_0 t) \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Donnerstag, 4. Oktober 2007
14:20

2. Aufgabe

Entwickeln Sie die Fourier-Reihe für die nachfolgende Zeitfunktion. Verwenden Sie dabei die komplexen Fourier-Koeffizienten c_v .



Diskutieren Sie die Sonderfälle $\alpha = 1$ sowie $\alpha = 0,5$ und berechnen Sie für diese beiden Fälle den Effektivwert.

Komplexe Fourier-Koeffizienten:

$$c_v = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt \quad \omega_0 \cdot T = 2\pi$$

$$c_v = \frac{1}{T} \cdot \int_0^{d \cdot T} U_0 \cdot e^{-jv\omega_0 t} dt = \frac{U_0}{T} \cdot \left[\frac{1}{-jv\omega_0} \cdot e^{-jv\omega_0 t} \right]_0^{d \cdot T}$$

$$= \frac{U_0}{T} \cdot \left(\frac{1}{-jv\omega_0} \right) \cdot \left[e^{-jv\omega_0 \cdot d \cdot T} - 1 \right]$$

$$\underline{c_v = \frac{U_0}{jv2\pi} \cdot (1 - e^{-jv2\pi d})}$$

Grenzübergang $v \rightarrow 0$ ergibt den Gleichspannungsanteil:

$$c_0 = \lim_{v \rightarrow 0} \left[\frac{U_0}{jv2\pi} \cdot (1 - e^{-jv2\pi d}) \right] \stackrel{\text{L'Hospital}}{=} \lim_{v \rightarrow 0} \frac{U_0 \cdot (j2\pi d \cdot e^{-jv2\pi d})}{j2\pi}$$

$$\underline{c_0 = d \cdot U_0}$$

Fourier-Reihe:

$$\underline{u(t) = \sum_{v=-\infty}^{+\infty} c_v \cdot e^{jv\omega_0 t}}$$

$$= d \cdot U_0 + \frac{U_0}{2\pi} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{e^{jv\omega_0 t} - e^{-jv\omega_0 t} \cdot e^{jv(\omega_0 t - 2\pi d)} + e^{-jv(\omega_0 t - 2\pi d)}}{jv}$$

$$\underline{u(t) = d \cdot U_0 + \frac{U_0}{\pi} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \left[\frac{\sin(v \cdot \omega_0 t)}{v} - \frac{\sin(v \cdot \omega_0 t - 2\pi d)}{v} \right]}$$

Sonderfall: $d = 1$ Die Spannung ist eine reine Gleichspannung

Sonderfall: $d = 0,5$

$$u(t) = 0,5 \cdot U_0 + \frac{2U_0}{\pi} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin(v\omega_0 t)}{v}$$

Zieht man den Gleichanteil $0,5 \cdot U_0$ ab,
so erhält man die Fourier-Reihe einer
periodischen Rechteckschwingung!

$$U = \sqrt{\sum_{v=0}^{\infty} U_v^2} = \sqrt{(0,5 \cdot U_0)^2 + \sum_{v=1}^{\infty} U_v^2}$$

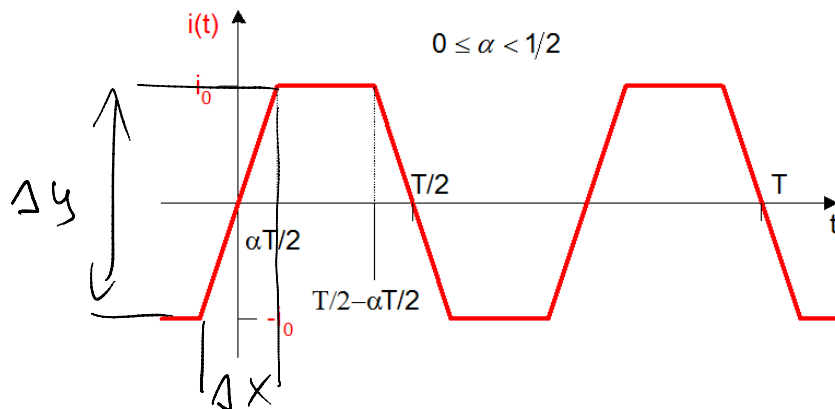
$$= \sqrt{0,25 \cdot U_0^2 + \frac{2 \cdot U_0^2}{\pi^2} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v^2}}$$

Aufgabe 3

Donnerstag, 4. Oktober 2007
14:20

3. Aufgabe

Gegeben sei der nachfolgende trapezförmige Stromverlauf:



1. Welche Symmetrien lassen sich bei der Berechnung der Koeffizienten ausnutzen? Geben Sie die Fourier-Reihe für $i(t)$ an.
2. Berechnen Sie den Effektivwert von $i(t)$.

Aufgabe 3.1 Fourier-Reihe einer Trapezfunktion

Symmetrien:

1. $i(t) = -i(-t) \Rightarrow$ Nur Sinusschwingungen in der Fourier-Reihe.
2. $i(t) = -i(t-T/2) \Rightarrow$ Es verschwinden alle geradzahigen Oberschwingungen. Außerdem ist innerhalb einer Halbperiode die Funktion $i(t)$ zu $T/4$ symmetrisch. Daher genügt eine Integration von 0 bis $T/4$ und Verdopplung des Ergebnisses.

Komplexe Fourier-Koeffizienten für die Kombination der Symmetriebedingungen (aus Skript):

$$c_v = \frac{4}{jT} \int_0^{T/4} i(t) \cdot \sin(v\omega_0 t) dt$$

Gegebener zeitlicher Stromverlauf:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{t}{\alpha \cdot \frac{T}{2}} \cdot i_0 & \text{für } 0 \leq t \leq \alpha \cdot \frac{T}{2} \\ i_0 & \text{für } \alpha \cdot \frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{4} \end{cases}$$

Einsetzen von $i(t)$ in die Gleichung der komplexen Fourier-Koeffizienten:

$$c_v = \frac{4}{jT} \left[\int_0^{\alpha \cdot \frac{T}{2}} \frac{i_0}{\alpha \cdot \frac{T}{2}} \cdot t \cdot \sin(v\omega_0 t) dt + \int_{\alpha \cdot \frac{T}{2}}^{\frac{T}{4}} i_0 \cdot \sin(v\omega_0 t) dt \right]$$

Ausklammern von i_0 und konstante Größen vor das Integral ziehen:

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{jT} \left[\frac{2}{\alpha \cdot T} \cdot \int_0^{\frac{\alpha T}{2}} t \cdot \sin(v\omega_0 t) dt + \int_{\frac{\alpha T}{2}}^{\frac{T}{4}} \sin(v\omega_0 t) dt \right]$$

Lösung aus z.B. Papula, L.; Mathematische Formelsammlung; 7. Auflage; S.452, Nr. 208; Verlag Vieweg):

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{jT} \left[\frac{2}{\alpha \cdot T} \left(\frac{\sin(v\omega_0 t)}{v^2 \omega_0^2} - \frac{t \cdot \cos(v\omega_0 t)}{v\omega_0} \right) \Big|_0^{\frac{\alpha T}{2}} - \frac{1}{v\omega_0} \cdot \cos(v\omega_0 t) \Big|_{\frac{\alpha T}{2}}^{\frac{T}{4}} \right]$$

Einsetzen der Integrationsgrenzen:

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{jT} \left[\frac{2}{\alpha \cdot T} \left(\frac{\sin(v\omega_0 \alpha \cdot \frac{T}{2})}{v^2 \omega_0^2} - \frac{\alpha \cdot \frac{T}{2} \cdot \cos(v\omega_0 \alpha \cdot \frac{T}{2})}{v\omega_0} \right) - \frac{1}{v\omega_0} \cos(v\omega_0 \frac{T}{4}) + \frac{1}{v\omega_0} \cdot \cos(v\omega_0 \alpha \frac{T}{2}) \right]$$

Einsetzen von $\omega_0 = 2\pi/T$:

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{jT} \left[\frac{2}{\alpha \cdot T} \left(\frac{\sin(v \frac{2\pi}{T} \alpha \cdot \frac{T}{2})}{v^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} - \frac{\alpha \cdot \frac{T}{2} \cdot \cos(v \frac{2\pi}{T} \alpha \cdot \frac{T}{2})}{v \frac{2\pi}{T}} \right) - \frac{1}{v \frac{2\pi}{T}} \cos(v \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4}) + \frac{1}{v \frac{2\pi}{T}} \cdot \cos(v \frac{2\pi}{T} \alpha \frac{T}{2}) \right]$$

Vereinfachen:

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{jT} \left[\frac{2}{\alpha \cdot T} \left(\frac{T^2 \cdot \sin(v\pi\alpha)}{v^2 4\pi^2} - \frac{\alpha \cdot T^2 \cdot \cos(v\pi\alpha)}{v 4\pi} \right) - \frac{T}{v 2\pi} \cos(v \frac{\pi}{2}) + \frac{T}{v 2\pi} \cdot \cos(v\pi\alpha) \right]$$

T kürzen:

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{j} \left[\frac{2}{\alpha} \left(\frac{\sin(v\pi\alpha)}{v^2 4\pi^2} - \frac{\alpha \cdot \cos(v\pi\alpha)}{v 4\pi} \right) - \frac{1}{v 2\pi} \underbrace{\cos(v \frac{\pi}{2})}_{=0 \text{ für ungerade } v} + \frac{\cos(v\pi\alpha)}{v 2\pi} \right]$$

$$c_v = \frac{4 \cdot i_0}{j} \left[\frac{\sin(v\pi\alpha)}{\alpha v^2 2\pi^2} - \frac{\cos(v\pi\alpha)}{v 2\pi} + \frac{\cos(v\pi\alpha)}{v 2\pi} \right] = \frac{4 \cdot i_0}{j} \left[\frac{\sin(v\pi\alpha)}{\alpha v^2 2\pi^2} \right]$$

$$c_v = \frac{i_0 \cdot 2}{j \cdot \alpha \cdot v^2 \cdot \pi^2} \cdot \sin(v\pi\alpha)$$

Komplexe Fourier-Reihe:

$$i(t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} c_v \cdot e^{jv\omega_0 t} = \sum_{v=-\infty}^{\infty} c_v \cdot (\cos(v\omega_0 t) + j\sin(v\omega_0 t))$$

Einsetzen der c_v :

$$i(t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{i_0 \cdot 2}{j \cdot \alpha \cdot v^2 \cdot \pi^2} \cdot \sin(v\pi\alpha) \cdot (\cos(v\omega_0 t) + j\sin(v\omega_0 t))$$

Umformung und $1/j$ ausmultiplizieren:

$$i(t) = \frac{i_0 \cdot 2}{\alpha \cdot \pi^2} \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(v\pi\alpha)}{v^2} \cdot (-j\cos(v\omega_0 t) + \sin(v\omega_0 t))$$

Paarweises Zusammenfassen der +/- v -Werte und einsetzen von $\omega_0 = 2\pi/T$:

$$i(t) = \frac{i_0 \cdot 4}{\alpha \cdot \pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin(v\pi\alpha)}{v^2} \cdot \sin(v \frac{2\pi}{T} t) \quad v \text{ ungeradzahlig}$$

v ist immer ungeradzahlig:

$$i(t) = \frac{i_0 \cdot 4}{\alpha \cdot \pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin((2v-1)\pi\alpha)}{(2v-1)^2} \cdot \sin((2v-1) \frac{2\pi}{T} t)$$

Aufgabe 3.2

Effektivwertberechnung des Stromes (Formel aus Skript):

$$I = \sqrt{\left(\frac{i_0 \cdot 4}{\alpha \cdot \pi^2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin((2v-1)\pi\alpha)}{(2v-1)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2} = \frac{i_0 \cdot 4}{\alpha \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\sum_{v=1}^{\infty} \frac{\sin((2v-1)\pi\alpha)}{(2v-1)^2} \right)^2}$$

Frequenzspektrum einer Trapezfunktion