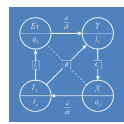


Basisgleichung (allgemeine Lösung der homogenen Dgl. 2. Ordnung)

Steifigkeit	c
Masse	m
Eigenkreisfrequenz (ungedämpft) des Feder-masse-System	$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$

Helmholtz-Resonator (Grundlagen)

Dichte der Luft	ρ_L
Länge des Hals	l_H
Querschnittsfläche des Hals	A_H
Luftmasse im Hals	$m_H = \rho_L \cdot A_H \cdot l_H$
Federkraft	$F = -c \cdot x$
Volumenverdrängung	$\Delta V = A_H \cdot x$
adiabatische Kompression	$(p \cdot V)^\kappa = \frac{dp}{dV} = -\kappa \cdot \frac{p_0}{V_0} = \text{const.}$
	$\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{dV} \cdot \frac{dV}{dx} = \left(\frac{dp}{dV} \cdot A_H \right) \cdot A = -\kappa \cdot \frac{p_0}{V_0} \cdot A_H^2$
Federsteifigkeit	$c = \kappa \cdot \frac{p_0}{V_0} \cdot A_H^2$
Adiabatexponent ersetzen über Schallgeschwindigkeit der Luft	$\kappa = \frac{\rho_L \cdot c_L^2}{p_0} \quad c_L = \sqrt{\kappa \cdot \frac{p_0}{\rho_L}}$
Federsteifigkeit	$c = \frac{\rho_L \cdot c_L^2}{V_0} \cdot A_H^2$
Eigenkreisfrequenz	$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{\rho_L \cdot c_L^2}{V_0} \cdot A_H^2}{\rho_L \cdot A_H \cdot l_H}}$



Eigenkreisfrequenz

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \sqrt{\frac{A_H \cdot c_L^2}{V_0 \cdot l_H}}$$

Resonanzfrequenz ideal

$$f_0 = \frac{c_L}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{A_H}{V_0 \cdot l_H}}$$

Resonanzfrequenz real

$$l_H = l_{eff}$$

$$A_H = \pi \cdot r_S^2$$

Resonanzfrequenz

$$f_0 = \frac{c_L}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot r_S^2}{V_0 \cdot l_{eff}}}$$

Effektive Länge bei Loch ohne Hals
(Loch ist freistehend nicht wandnah)

$$l_{eff} = \gamma \cdot r_S$$

Öffnungskorrektur [1]

$$\gamma := 2 \cdot 0.6133 = 1.227$$

mit Volumen als Würfel

$$f_0 = \frac{c_L}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot r_S^2}{l_Q^3 \cdot \gamma \cdot \pi}}$$

Kantenlänge Würfel

$$l_Q = \left(\frac{c_L^2 \cdot r_S}{4 \cdot f_{res}^2 \cdot \gamma \cdot \pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Beispiel

Raumtemperatur

$$T_R := 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

relative Luftfeuchte in %

$$\phi := 0.40$$

Schallgeschwindigkeit Luft

$$c_L := \left(331.3 \cdot \sqrt{1 + \frac{T_R - 273.15 \cdot \text{K}}{273.15 \cdot \text{K}}} + 0.0124 \cdot \phi \right) \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Resonanzfrequenz

$$f_{res} := 440 \text{ Hz}$$

Öffnungsradius

$$r_S := \frac{40}{2} \text{ mm}$$

Effektive Länge bei Loch ohne Hals
(Loch ist freistehend nicht wandnah)

$$l_Q := \left(\frac{c_L^2 \cdot r_S}{4 \cdot f_{res}^2 \cdot \gamma \cdot \pi} \right)^{\frac{1}{3}} = 9.242 \text{ cm}$$