

## 6.2 Erweiterung des Piezoaktormodells um die Hysterese

Da für die Simulation der Regelung sowohl das dynamische Verhalten des Piezoaktors als auch seine Hysterese interessant sind, wird im folgenden das dynamische Piezoaktormodell aus Abschnitt 4.1 um die Hysterese erweitert. Der Piezoaktor wird laut [PAL-98] mit den Formeln (1) und (2) beschrieben. In dieses Modell wird nun das Preisach-Modell integriert und die Modellparameter ermittelt. Danach folgt ein Test des Modells.

Da die Stellgröße des Aktors in dieser Steuerung bzw. Regelung die Spannung ist, wird Gleichung (1) nach  $q$  umgestellt und in (2) eingesetzt. Man erhält

$$\frac{1}{3} \cdot m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot (x - x_0) = F + \frac{e \cdot A}{x_0} \cdot U. \quad (8)$$

Diese Gleichung beschreibt das dynamische Verhalten zwischen Länge  $x$ , angreifender Kraft  $F$  und Spannung  $U$  am Piezoaktors als linearen Zusammenhang.

Mit dem Preisach-Modell können wiederum Hysteresekurven nachgebildet werden, in diesem Fall die Hysterese zwischen Spannung  $U$  und Auslenkung gegenüber Nominallänge  $\Delta x$  am Piezoaktor. Die mit dem Preisach-Modell beschriebene Auslenkung wird zur besseren Unterscheidung als  $\Delta \tilde{x}$  eingeführt. Sie ist eine Funktion der Vorgeschichte der Spannungsänderungen bzw. des zeitlichen Verlaufes der Spannung:  $\Delta \tilde{x}(U(t))$ .

Das Hystereseverhalten des Piezoaktors entsteht laut [PAL-98] durch das Piezoelektrische Modul  $e$  und der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon$ . Die Dielektrizitätszahl ist bereits durch Einsetzen von (1) in (2) aus der Differentialgleichung entfallen. Das piezoelektrische Modul kann aus dem statischen Teil der Gleichung (8) unter Annahme eines unbelasteten Aktors ( $F = 0\text{N}$ ) und  $\Delta x = x - x_0$

$$k \cdot \Delta x = \frac{e \cdot A}{x_0} \cdot U \quad (9)$$

berechnet werden. e ergibt sich dann aus:

$$e = \frac{k \cdot \Delta x \cdot x_0}{A \cdot U} \quad (10)$$

Wird nun die Auslenkung  $\Delta x$  durch das Preisach-Modell beschrieben, berechnet sich e mit

$$e = \frac{k \cdot \Delta \tilde{x}(U(t)) \cdot x_0}{A \cdot U} \quad (11)$$

$\Delta \tilde{x}$  ist die durch das Preisach-Modell berechnete statische, hysteresebehaftete Auslenkung des Piezoaktors.

Ersetzt man jetzt das Piezoelektrische Modul in (8) durch (11), erhält man

$$\frac{1}{3} \cdot m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot (x - x_0) = F + k \cdot \Delta \tilde{x}(U(t)) \quad (12)$$

Gleichung (12) enthält damit sowohl die dynamische Bewegungsgleichung als auch die Hysterese des Piezoaktors. Die durch das dynamische Schwingen des Aktors verursachten Änderungen der Auslenkung (linke Seite von (12)) sind der statischen, hysteresebehafteten Auslenkung (rechte Seite von (12)) überlagert. Zur genauen Erläuterung von dynamischen Piezoaktormodellen mit Hysterese siehe [GRO-06].

Für die Simulationen und Messungen in dieser Arbeit wird der Piezoaktor P-885.90 der Firma PI Ceramic verwendet [PHY-06]. Die Parameter in Formel (12) ergeben sich zum Teil aus dem Datenblatt des Aktors und aus Schätzung. Im Datenblatt ist die Steifigkeit k, Nominallänge  $x_0$  und Resonanzfrequenz mit

$$k = 25 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}}$$

$$x_0 = 36\text{mm}$$

$$f_R = 40\text{kHz}$$

angegeben. Mit Steifigkeit und Resonanzfrequenz kann über

$$m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{k}{(2 \cdot \pi \cdot f_R)^2} \quad (13)$$

die Masse annähernd bestimmt werden. Da in (12) nur ein Drittel der Masse wirkt, ergibt sich

$$m = 0.00119\text{kg}$$

Die Dämpfungskonstante muss geschätzt werden. Sie wird so gewählt, dass Überschwingen und Dauer des Einschwingvorgangs (in Schwingungen) etwa so lange wie in Abbildung 6-2 dauert. Folgender Wert wird angenommen:

$$b = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

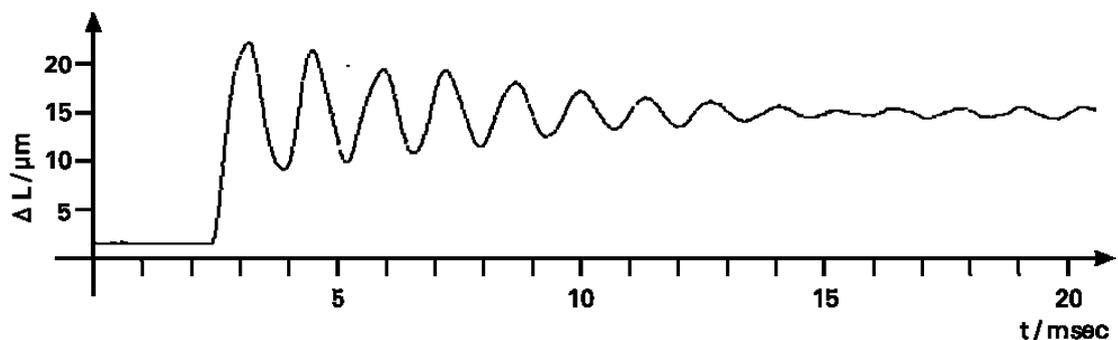


Abbildung 6-2: Sprungantwort eines Piezoaktors; [PHY-06]

Mit Formel (12) und den eben ermittelten Parametern kann der Piezoaktor simuliert werden. Abbildung 6-3 zeigt das Signalfussbild für die Simulation in Simulink.

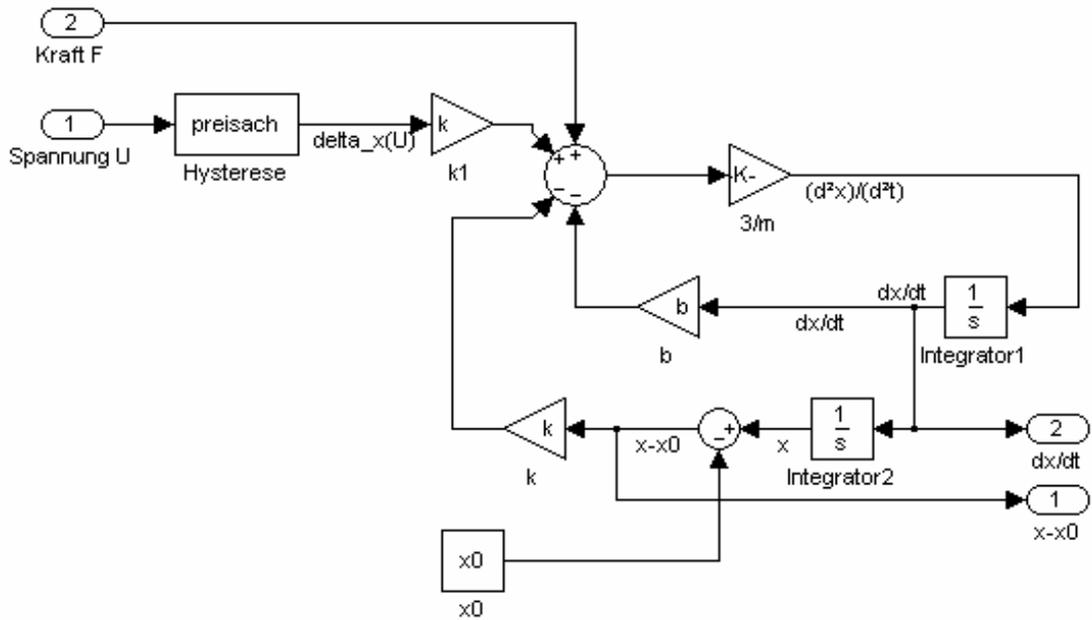


Abbildung 6-3: Signalflossbild für die Simulation des Piezoaktors (Integrator2 hat  $x_0$  als Startwert)

Eine Simulation des Einschwingvorgangs bei einem Spannungssprung von Null auf 120V ergibt:

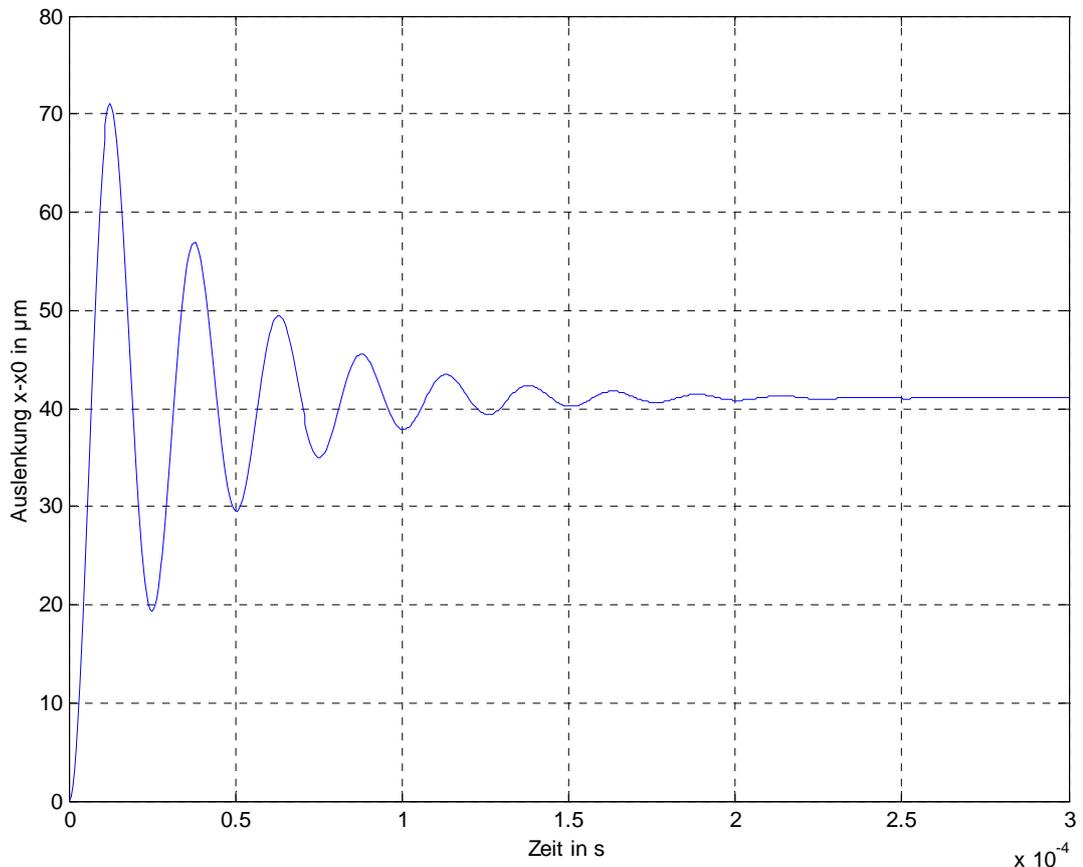
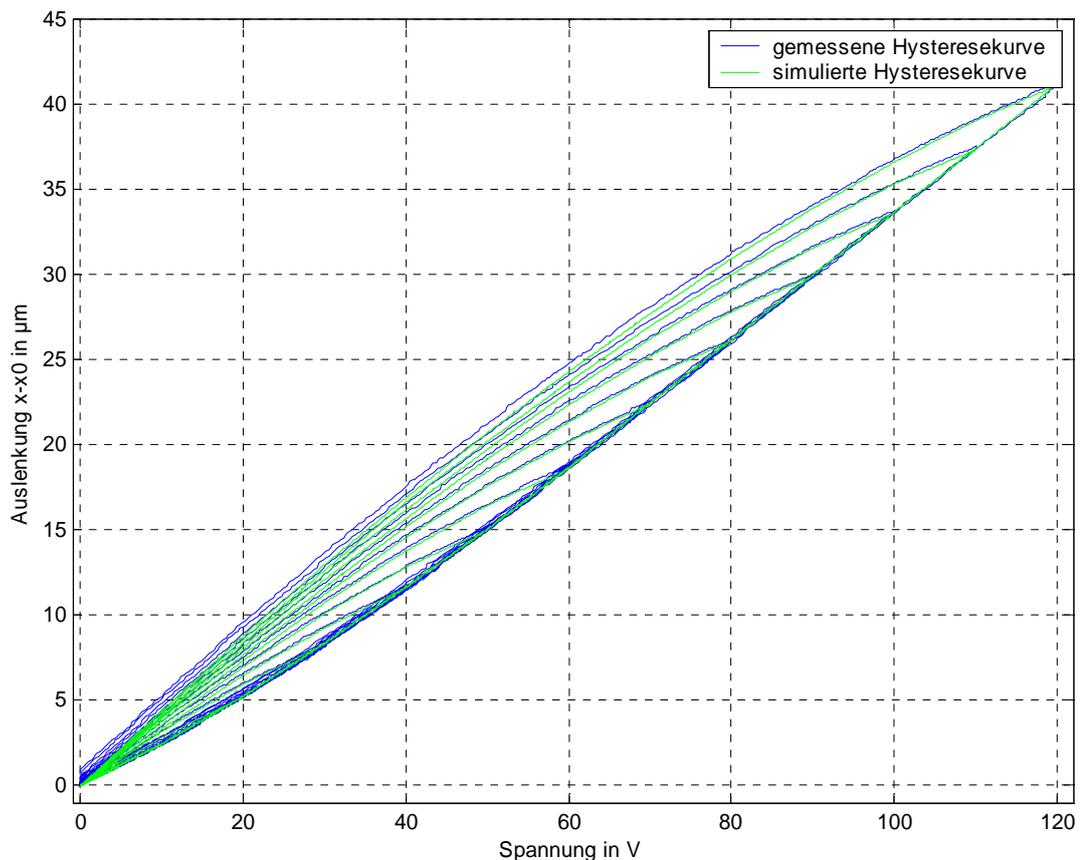


Abbildung 6-4: Einschwingen des Piezoaktors bei einem Spannungssprung von 0V auf 120V (Simulation)

Abbildung 6-4 zeigt, dass der Piezoaktor seine Endlänge sehr schnell erreicht: er durchschreitet sie bereits nach ca. 0.067ms das erste Mal, nach etwa weiteren 0.2ms ist der Einschwingvorgang fast vollständig abgeklungen.

Abbildung 6-5 zeigt einen Vergleich zwischen gemessener Hysterese und der Hysterese des Simulationsmodells aus Gleichung (12). In der Simulation wurde die Spannung so langsam erhöht, dass der Piezoaktor nicht zu schwingen anfängt.

Die simulierte Kurve ist identisch mit der in Abbildung 4-17. Das statische Verhalten des Piezoaktors wird demnach vom Modell gut nachgebildet. Zur Verifikation des dynamischen Verhaltens fehlen Messmöglichkeiten mit entsprechender Bandbreite. Nach der Literatur [PHY-06] sowie der auf dem Datenblatt (siehe Anlage) angegebenen Resonanzfrequenz erscheint das Verhalten jedoch plausibel.



**Abbildung 6-5: Vergleich zwischen simulierter und gemessener Hysterese**