

# Sinus-Oszillatoren mit Operationsverstärkern

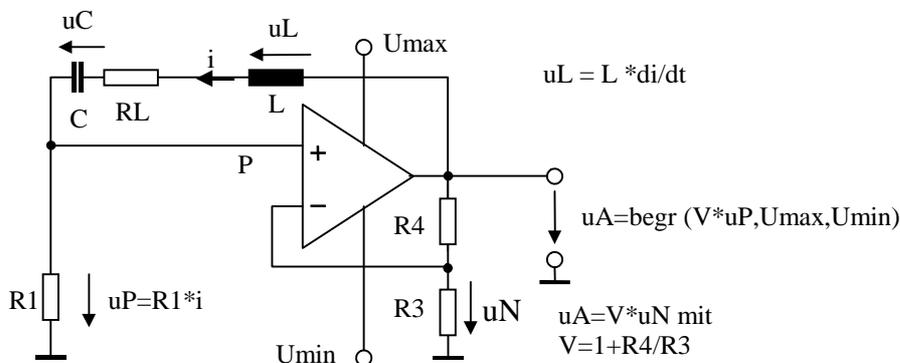
Download: <http://www.home.hs-karlsruhe.de/%7Ekero0001/sinus/sinus.zip>

## 1. Ziele

- 1.1 Es sollen **verschiedene Sinus-Oszillatoren** ( LC, RC ) aufgebaut werden.  
Als **Verstärker** werden **OP's** benutzt.
- 1.2. Die **Theorie** soll in **verschiedener** Weise behandelt werden:
  - a. Anhand der **Dgl. 2. Ordnung**: Aufstellen der DGL, aus DGL Ablesen der erforderlichen Verstärkung, Berechnung der Sinusfrequenz.
  - b. Anhand der **komplexen Rechnung**, auch daraus Ablesen der Verstärkung und Frequenz.
  - c. **Simulation des Zeitverhaltens durch numerisches Lösen der DGLn, Fourier-Analyse** der sich ergebenden Schwingungsformen.
- 1.3. Die **Experimente** sollen so ausgeführt werden, dass manche Aussagen der Theorie geprüft werden.
- 1.4. Besonderes Augenmerk wird auf die **Qualität der Sinusform** gelegt. Bei manchen Experimenten soll das Frequenzspektrum der Schwingungs-Formen gemessen werden (Messen mit Digital-Oszilloskop, Einziehen der Messkurven und Spektralanalyse mit Tephys).
- 1.5. Am Ende einige Anregungen für Feinschmecker!

## 2. LC-Oszillator mit Reihen-Schwingkreis

### 2.1 Schaltung , Theorie



Masche: 
$$u_A = V \cdot u_P = V \cdot R_1 \cdot i = u_C + L \cdot \frac{di}{dt} + (R_L + R_1) \cdot i$$

=> 
$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R_L + R_1 - V \cdot R_1) \cdot i + u_C = 0$$

Knoten: 
$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$
, diese Formel für i eingesetzt in die vorhergehende Formel ergibt

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_L + R_1 - V \cdot R_1) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (2.1)$$

$$L * C * \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (RL + R1 - V * R1) * C * \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

**Schwingbedingung:** Damit ungedämpfter Sinus resultiert, muss das Glied mit der 1. Ableitung = Null werden: also  $RL + R1 = V * R1$  und mit  $V = 1 + R4/R3 \Rightarrow RL + R1 = R1 + R1 * R4/R3$

$$V = 1 + RL/R1 \quad \Rightarrow \quad RL = R1 * R4/R3 \quad (2.2)$$

Mit dieser Formel kann der "**wirksame**" **Spulenwiderstand RL** unmittelbar berechnet werden (vgl. dagegen die Formel für RL beim Parallel-Schwingkreis !)

Es bleibt die DGL für ungedämpften Sinus:

$$L * C * \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \quad (2.3)$$

Die Lösung ist  $u_C = \text{const} * \sin(2 * \pi * f * t)$  mit

$$\text{Frequenz} \quad f = \frac{1}{2 * \pi * \sqrt{L * C}} \quad (2.4)$$

Bemerkenswerterweise ist beim Reihen-Schwingkreis die **Frequenz f unabhängig vom Spulenwiderstand RL**. Das ist **nicht** so beim Parallel-Schwingkreis (s.u).

## 2.2 DGLn mit Tephys

- 1:  $u_A = \text{begr}(i * R1 * (1 + R4/R3), \text{max}, \text{min})$
- 2:  $i = i + (u_A - u_C - i * (RL + R1)) * dt / L$
- 3:  $u_C = u_C + i * dt / C$
- 4:  $u_p = R1 * i$
- 5:  $t = t + dt$

### Aufgaben:

1. Herleitung der DGLn
2. Zur Vorbereitung fürs Labor: Durchspielen des Programms mit typischen Parametern:  $\text{max} = 10$ ,  $\text{min} = -10$ ,  $R1 = R3 = 1000$ ,  $C = 0.1E-6$ ,  $L = 0.01$  H,  $RL = 20$ ,  $t_{\text{max}} = 0.001$ .  
Startwerte setzen: Z.B.  $u_C = 1$ .  
Wie klein muss dt mindestens sein? Wie groß R4 zum Erreichen eines Sinus konstanter Amplitude? Hängt Sinusfrequenz von RL ab?

## 2.3 Experimente mit Reihen-Schwingkreis

OP : TL081

C aus Dekade 1 nF .. 1 MikroFarad,  $R1 = R3$  (z.B = 1 kOhm)

Spule: Spule ohne Eisenkern, z.B. Leybold-Spule  $N = 1000$  (L ca 40 mH)

Messung des Gleichstrom-Widerstands  $RL_0$  der Spule mit Ohm-Meter

$R_z$  = Zusatzwiderstand zum Spulen-Widerstand Messung von L und C mit RLC-Messer

$R4$  = Trimm-Poti ca 5 kOhm

**Bemerkungen zu Spulenwiderstand RL:** In der Theorie beschreibt RL den "**wirksamen**" Widerstand der Spule. Im Experiment besteht RL teilweise aus dem tatsächlichen (allerdings **frequenzabhängigen**!) Widerstand der Kupferwicklung (hier als  $RL_x$  bezeichnet), zum anderen Teil wird ein "Zusatzwiderstand"  $R_z$  in Reihe geschaltet. Der Gesamtwiderstand  $RL = RL_x + R_z$  ist der in der Theorie auftretende Widerstand RL. **Dies RL wird z.B. mittels Formel 2.2 experimentell bestimmt.**

Messreihe mit gleicher Spule, aber verschiedenen C und verschiedenen Zusatzwiderständen  $R_z$ :

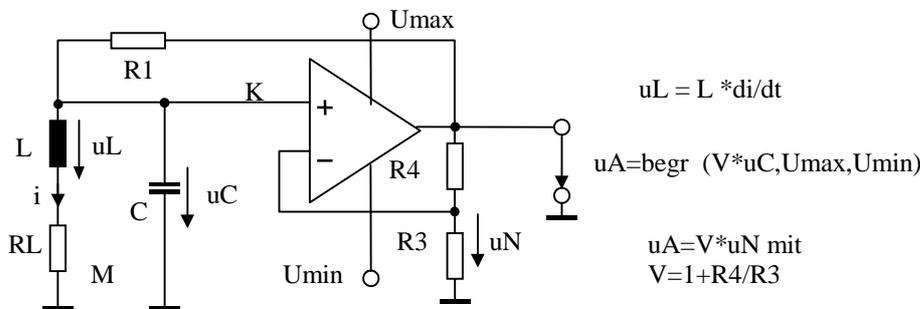
Dabei Einstellen der Verstärkung  $V = 1 + R_4/R_3$  durch Variieren von  $R_4$  so, dass die Ausgangsspannung  $u_A$  des OP möglichst wenig in der Begrenzung ist. Notieren der Versuchsparameter.

**Variationen:**

- a. **Zusatzwiderstand  $R_z$**  (z.B.  $R_z = 0, ca\ 20, 100, 200\ \Omega$ ). Dabei  $C$  konstant, z.B.  $C=100\ nF$ .  
Wie hängt die Frequenz von  $R_z$  ab ? (Vergleich mit Theorie)
- b.  $C = 1000, 100, 10, 1\ nF$ , dabei  $R_z = 0$ . (Also  $R_L = R_Lx$ , s.o)  
Wie hängt  $R_Lx$  ( gemessen mittels Formel (2.2) ) von der Frequenz ab? Auftragung des Verhältnisses  $R_Lx/R_L0$  als Funktion der Frequenz ( $R_L0 =$  Gleichstrom-Widerstand der Spule).

### 3. LC-Oszillator mit Parallel-Schwingkreis

#### 3.1 Schaltung, Theorie



$$u_L = L \cdot di/dt$$

$$u_A = \text{begr} (V \cdot u_C, U_{\max}, U_{\min})$$

$$u_A = V \cdot u_N \text{ mit } V = 1 + R_4/R_3$$

Verstärkung:  $V = 1 + R_4/R_3$

Knoten K:

$$i + C \cdot \frac{du_C}{dt} = \frac{u_A - u_C}{R_1} = \frac{V - 1}{R_1} \cdot u_C$$

$$\implies i = -C \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{V - 1}{R_1} \cdot u_C \quad (3.1)$$

Masche M:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R_L \cdot i = u_C \quad (3.2)$$

Eliminieren von  $i$  in Gl. 3.2 durch Einsetzen aus Gl. 3.1  $\implies$

DGL 2.Ordnung für  $u_C$

$$L \cdot \left( -C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{V - 1}{R_1} \cdot \frac{du_C}{dt} \right) + R_L \cdot \left( -C \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{V - 1}{R_1} \cdot u_C \right) = u_C \implies$$

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \left( R_L \cdot C - \frac{L}{R_1} \cdot (V - 1) \right) \cdot \frac{du_C}{dt} + \left( 1 - \frac{V - 1}{R_1} \cdot R_L \right) \cdot u_C = 0 \quad (3.3)$$

**Schwingbedingung:** Damit ungedämpfter Sinus resultiert, muss das Glied mit der 1. Ableitung = 0 sein:  $R_L \cdot C = (V - 1) \cdot L/R_1$

$$\implies \text{Verstärkung } V = 1 + R_1 \cdot R_L \cdot C/L \quad (3.4)$$

Einsetzen von  $(V - 1)/R_1$  in die verbleibende DGL ergibt

$$L * C * \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (1 - RL * RL * \frac{C}{L}) * u_C = 0 \quad (3.5)$$

Die Lösung dieser Schwingungsgleichung ist  $u_C = \text{const} * \sin(2 * \pi * f * t)$  mit

$$\text{Frequenz } f = \frac{\sqrt{1 - RL * RL * \frac{C}{L}}}{2 * \pi * \sqrt{L * C}} \quad (3.6)$$

#### Diskussion dieser Frequenzformel:

- a. Im Gegensatz zum Reihen-Schwingkreis (vgl Gl. 2.4 ) ist jetzt die **Frequenz abhängig vom Spulenwiderstand**: Die Frequenz  $f$  ist umso kleiner, je größer der Spulenwiderstand  $RL$  ist. Da mit wachsender Frequenz der „wirksame“ Spulenwiderstand  $RL$  ansteigt (vgl. Messungen 2.3 b), da außerdem  $RL$  von der Temperatur abhängt, ist die Frequenz eines mit Parallel-Schwingkreis aufgebauten Sinus-Oszillators nicht genau bekannt und nicht konstant.
- b. Aus der Formel 3.6 ergibt sich, dass eine Sinus-Schwingung nur möglich ist, wenn der Ausdruck unter der Wurzel positiv ist. Daraus folgt, dass zum Aufbau eines Sinus-Oszillators mit Parallel-Schwingkreis der wirksame Spulenwiderstand **RL kleiner sein muss als ein Maximalwert RLmax**:

$$RL_{\max} = \sqrt{L/C} \quad (3.7)$$

**Beispiel:**  $C=100 \text{ nF}$ ,  $L=10 \text{ mH}$   $\implies RL_{\max} = 316 \text{ Ohm}$ .

Beim Reihen-Schwingkreis ergab sich keine solche Begrenzung!

### 3.2 DGLn mit Tephys

- 1:  $i = i + (u_C - RL * i) * dt/L$
- 2:  $u_A = \text{begr}(u_C * (1 + R_4/R_3), \text{max}, \text{min})$
- 3:  $u_C = u_C + (u_A - u_C)/R_1 - i * dt/C$
- 4:  $t = t + dt$

#### Aufgaben:

1. Herleitung der DGLn
2. Zur Vorbereitung fürs Labor: Durchspielen des Programms mit typischen Parametern:  
 $\text{max} = 10$ ,  $\text{min} = -10$ ,  $R_1 = R_3 = 1000$ ,  $C = 0.1 \text{E-}6$ ,  $L = 0.01 \text{ H}$ ,  $RL = 20$ ,  $t_{\max} = 0.001$ .  
 Startwerte setzen: Z.B.  $u_C = 1$ .  
 Wie klein muss  $dt$  mindestens sein? Wie groß  $R_4$  zum Erreichen eines Sinus konstanter Amplitude (vgl Gl. 3.4)? Variation von  $RL$ :  $R_4$  für Sinus; hängt Sinusfrequenz von  $RL$  ab?

### 3.3 Experimente mit Parallel-Schwingkreis

OP : TL081

$C$  aus Dekade  $1 \text{ nF} .. 1 \text{ MikroFarad}$  Z.B.  $R_1 = 1..20 \text{ kOhm}$

Spule: Spule ohne Eisenkern, z.B. Leybold-Spule  $N=1000$  ( $L$  ca  $40 \text{ mH}$ )

Messung des Gleichstrom-Widerstands  $RL_0$  der Spule mit Ohm-Meter

$R_z$  = Zusatzwiderstand zum Spulen-Widerstand

Messung von  $L$  und  $C$  mit RLC-Messer,  $R_4$  = Trimm-Poti ca  $5 \text{ kOhm}$  ( $R_3, R_4$  messen mit Ohmmeter)

Messreihe mit gleicher Spule, aber verschiedenen  $C$  und verschiedenen Zusatzwiderständen  $R_z$ :

Dabei Einstellen der Verstärkung  $V = 1 + R_4/R_3$  durch Variieren von  $R_4$  so, dass die Ausgangsspannung  $u_A$  des OP **möglichst wenig in der Begrenzung** ist. Notieren der Versuchsparameter.

### Variationen:

- Zusatzwiderstand  $R_z$  (z.B.  $R_z = 0$ , ca 20, 100, 200 Ohm). Dabei  $C$  konstant, z.B.  $C=100$  nF. Wie hängt die Frequenz von  $R_z$  ab? Vergleich mit Theorie (Gl.3.6).
- Ermittlung des **maximal zulässigen Spulenwiderstands**: Gemäß Gl.(3.7) darf beim Parallel-Kreis der Spulenwiderstand  $R_L$  nicht größer als  $R_{Lmax} = \sqrt{L/C}$  sein. Versuchen Sie für einige Kombinationen  $L, C$  durch Zuschalten eines hinreichend großen Zusatzwiderstand  $R_z$  die Gültigkeit dieser Formel zu testen!
- Simulieren Sie einige Ihrer Messungen von Punkt a, b mit Tephys.

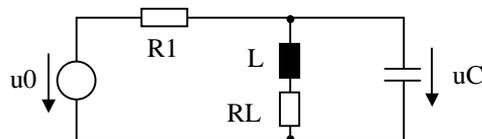
### 3.4 Experimente zur Sinus-Form mit Parallel-Schwingkreis

Ein **Vorteil** der Schaltung mit Parallel-Schwingkreis ist, dass die Schwingungsform der **Spannung  $u_C$  auch dann noch recht gut "sinusförmig" ist, wenn die Ausgangs-Spannung  $u_A$  des OP in der Begrenzung ist**. Das liegt daran, dass  $u_C$  bezüglich  $u_A$  die Wirkung eines **Bandpasses** hat: Wenn dieser Bandpass eine hohe "Güte", d.h. eine **gute Trennschärfe** hat, werden die infolge der Begrenzung in  $u_A$  enthaltenen **Oberschwingungen** durch die Wirkung des Bandpasses stark **gedämpft**, so dass praktisch nur die Grundfrequenz durch den Bandpass durchkommt.

#### a. Selbsterregung mit Schaltung wie 3.3.

Verstärkung  $V = 1 + R_4/R_3$  so groß eingestellt, dass  **$u_A$  längere Zeit in Begrenzung** ist. Skizzieren der Schwingungsform von  $u_A$  und  $u_C$  (nach Möglichkeit Messen mit Digitaloszi und Tephys zwecks FFT). Z.B.  $L$  etwa 10 .. 50 mH,  $C$  etwa 100 nF. Variation  $R_1$ : z.B.  $R_1 = 1$  kOhm, 10 kOhm, 100 kOhm. Notieren der Versuchsparameter, insbesondere  $R_4/R_3$  (zwecks Simulation mit Tephys)

#### b. Fremderregung mit $u_0 = \text{Sinus}$ aus Funktionsgenerator:



Gleiche Werte  $L, C$  und  $R_1$  wie bei a. Messung der Amplitude von  $u_C$  bei  $f = \text{Resonanzfrequenz } f_1$  und bei den Frequenzen  $f = 2*f_1, 3*f_1, 4*f_1, 5*f_1$ .

Auftragung der Amplitudenverhältnisse  $u_C(\text{ bei } n*f_1) / u_C(\text{ bei } f_1)$  als Funktion der Frequenz.

#### c. Fremderregung mit $u_0 = \text{Rechteck}$ .

Schaltung und Werte  $L, C, R_1$  wie bei b. Frequenz = Resonanzfrequenz  $f_1$ . Skizzieren von  $u_0$  und  $u_C$  (ev. Messen mit Digitaloszi und Tephys und dann FFT)

Diskussion der Sinus-Qualität von  $u_C$  anhand der Amplitudenverläufe von b: Man denke sich die Rechteck-Funktion als Fourier-Reihe dargestellt. Die Teilschwingungen dieser Fourier-Reihe werden durch die Bandpass-Wirkung der Schaltung gemäß den gemessenen Amplitudenverläufen geschwächt.

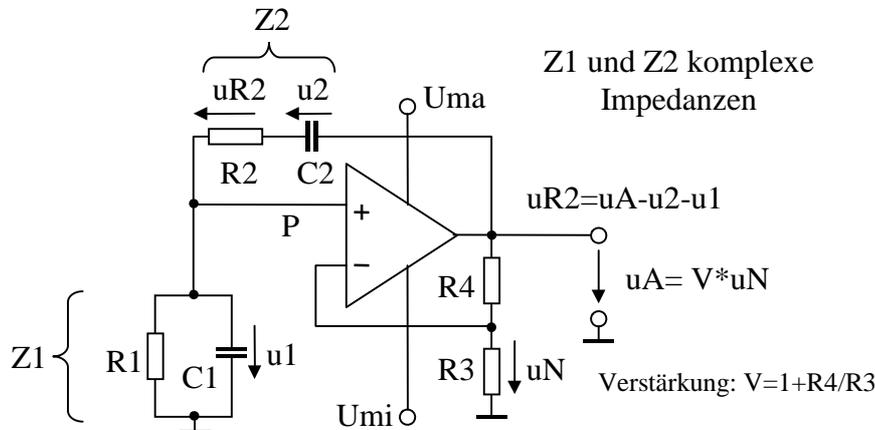
#### d. Simulation mit Tephys bezüglich Sinusform (zu Hause):

Programm von Punkt 3.2: Simulieren Sie die bei 3.4 a gemessenen Beispiele zur Selbsterregung (mit  $u_A$  in Begrenzung). Hinweis: Um die "richtigen" Startwerte für  $u_C$  und  $i$  zu bekommen, starten Sie zunächst bei z.B.  $u_C = 2, i = 0$  und lassen so lange rechnen, bis der "Einschwing-Vorgang" abgeschlossen ist, bis sich also die Amplitudenwerte nicht mehr ändern. Dann entnehmen Sie mittels Cursor für irgendeinen Zeitpunkt im "eingeschwungenen" Zustand zusammengehörige Werte von  $u_C$  und  $i$ . Diese nehmen Sie als neue Startwerte.

Von den so gewonnenen Zeitverläufen von  $u_C$  und  $u_A$  berechnen Sie mittels FFT die Spektren und entnehmen daraus die Amplituden der Teilschwingungen von  $u_A$  und  $u_C$ . Diskussion der Ergebnisse anhand der gemessenen Amplitudenverläufe von Punkt 3.4 b.

## 4. RC-Oszillator mit Wien-Glied ( Wien-Oszillator )

### 4.1 Schaltung, Theorie



### Herleitung der Differentialgleichungen:

$$\text{Knoten P: } C1 * \frac{du1}{dt} + \frac{u1}{R1} = \frac{(V-1) * u1 - u2}{R2}$$

Multiplikation mit  $R2 * C2$ , alles auf die linke Seite und dann nach der Zeit differenzieren:

$$R2 * C2 * C1 * \frac{d^2 u1}{dt^2} + \left( \frac{R2}{R1} + 1 - V \right) * C2 * \frac{du1}{dt} + C2 * \frac{du2}{dt} = 0$$

$$C2: C2 * \frac{du2}{dt} = C1 * \frac{du1}{dt} + \frac{u1}{R1} \quad \text{Dieser Ausdruck in die vorhergehende Formel eingesetzt:}$$

$$R2 * C2 * C1 * \frac{d^2 u1}{dt^2} + \left( \frac{R2}{R1} + 1 - V \right) * C2 * \frac{du1}{dt} + C1 * \frac{du1}{dt} + \frac{u1}{R1} = 0$$

Mit  $R1$  multipliziert und geordnet ergibt sich die **DGL 2. Ordnung für  $u1$** :

$$R1 * R2 * C2 * C1 * \frac{d^2 u1}{dt^2} + ((R2 + R1 - V * R1) * C2 + R1 * C1) * \frac{du1}{dt} + u1 = 0$$

Damit sich **ungedämpfte** Sinusschwingung ergibt, muss das **Glied mit der 1. Ableitung verschwinden**. Also  $R2 * C2 + R1 * C2 - V * R1 * C2 + R1 * C1 = 0$  Nach Division durch  $R1 * C2$  ergibt sich der

$$\text{Verstärkungsfaktor} \quad V = 1 + \frac{R2}{R1} + \frac{C1}{C2}$$

Es bleibt die **DGL für ungedämpften Sinus**  $R1 * R2 * C1 * C2 * \frac{d^2 u1}{dt^2} + u1 = 0$

mit der **Lösung**  $u1 = \text{const} * \sin(2 * \pi * f * t)$  mit der

$$\text{Frequenz} \quad f = \frac{1}{2 * \pi * \sqrt{R1 * R2 * C1 * C2}}$$

Man kann die erforderliche Verstärkung  $V$  und die sich ergebende Sinusfrequenz  $f$  auch mit Hilfe der **komplexen Rechnung** herleiten: sind  $u1$  und  $uA$  die komplexen Amplituden der (sinusförmigen) Spannungen  $u1(t)$  und  $uA(t)$ , so wird das Amplitudenverhältnis ( mit  $\omega$  = Kreisfrequenz)

$$\frac{u_1}{u_A} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{1 + Z_2 \cdot \frac{1}{Z_1}} = \frac{1}{1 + (R_2 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2}) \cdot (j \cdot \omega \cdot C_1 + \frac{1}{R_1})}$$

$$\frac{u_1}{u_A} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} + j \cdot (\omega \cdot C_1 \cdot R_2 - \frac{1}{\omega \cdot C_2 \cdot R_1})} \quad (4.1)$$

Die Spannung  $u_1$  wirkt bezüglich der „Eingangsspannung“  $u_A$  wie ein **Bandpass**: tiefe Frequenzen und hohe Frequenzen kommen nicht durch, bei der **Kreisfrequenz  $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = 1 / \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}$**  **verschwindet der Imaginärteil im Nenner**, die Phasenverschiebung ist also = 0, unterhalb  $\omega_0$  ist sie voreilend (maximal  $90^\circ$ ), oberhalb  $\omega_0$  ist sie nacheilend (maximal  $90^\circ$ ). **Bei der Kreisfrequenz  $\omega_0$**  wird das Amplitudenverhältnis

$$\frac{u_1}{u_A} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}} \quad (4.2)$$

Um mit dem Netzwerk einen Sinus-Oszillator aufzubauen, benötigt man also einen **nicht-invertierenden Verstärker** mit dem

**Verstärkungsfaktor**  $V = 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$  (4.3)

Die **Sinusfrequenz ist**  $f = f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2}}$  (4.4)

**Spezialfall:**

$$R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C \implies V = 3, f = 1 / (2 \cdot \pi \cdot R \cdot C) \quad (4.5)$$

## 4.2 DGLn mit Tephys

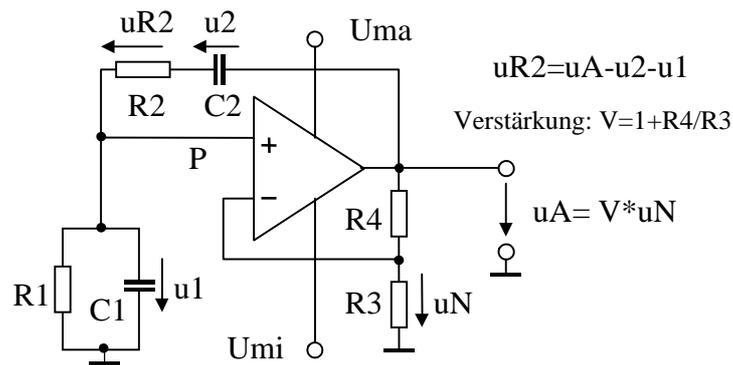
- 1:  $u_A = \text{begr}((1 + R_4/R_3) \cdot u_1, \text{max}, \text{min})$
- 2:  $u_2 = u_2 + ((u_A - u_1 - u_2)/R_2) \cdot dt / C_2$
- 3:  $u_1 = u_1 + ((u_A - u_1 - u_2)/R_2 - u_1/R_1) \cdot dt / C_1$
- 4:  $t = t + dt$

### Aufgaben zu Tephys:

1. Herleitung der DGLn
2. Zur Vorbereitung für das Labor: Durchspielen des Programms mit typischen Parametern:
  - max= 10, min = -10,  $R_1 = R_2 = 1000 \text{ Ohm}$ ,  $C_1 = C_2 = 10 \text{ nF}$
  - Startwerte setzen: Z.B.  $u_1 = 3$ .
  - Wie klein muss dt mindestens sein, um hohe Rechengenauigkeit zu erhalten?
  - Wie groß  $R_4/R_3$  zum Erreichen eines Sinus konstanter Amplitude (vgl Gl. 4.3)?
  - $R_4/R_3$  so groß wählen, dass  $u_A$  in die Begrenzung geht. Wie ist jetzt die Sinusqualität von  $u_1$  und  $u_A$ ? FFT von  $u_1$  und  $u_A$ , daraus das Verhältnis der Oberschwingungen zur Grundschwingung ablesen!

### 4.3 Experimente mit Wien-Oszillator

OP : TL081  
 C1, C2, R1, R2 auf Steckbrett  
 C1, C2 = 10..1000 nF (kein Elko!)  
 R1, R2 = 1..100 kOhm  
 (ev. die Werte von C und R mit  
 RLC-Messer nachmessen!)  
 ev. R1, R2 mit  
 Doppelpotentiometer  
 R3 ca. 1 kOhm  
 R4 = z.B. Trimm-Poti ca 5 kOhm  
 (R3, R4 messen mit Ohmmeter)



**Messreihe** mit verschiedenen C1, C2, R1, R2 (auch ungleiche Werte!). Dabei Einstellen der Verstärkung  $V = 1 + R4/R3$  durch Variieren von R4 so, dass die Ausgangsspannung  $u_A$  des OP möglichst wenig in der Begrenzung ist. Messen der Frequenz. Notieren der Versuchsparameter. Vergleich der gemessenen Werte  $V = 1 + R4/R3$  und Frequenz  $f$  mit den theoretischen Werten Gleichungen 4.3 und 4.4!

### 4.4 Bemerkungen zur Sinusform des Wien-Oszillators

Der Wien-Oszillator hat gegenüber den LC-Oszillatoren **zwei Vorteile**:

- Die Periodendauer  $T=1/f$  ändert sich proportional zur Wurzel aus  $R1 \cdot R2 \cdot C1 \cdot C2$ , beim LC-Oszillator dagegen proportional zur Wurzel aus  $L \cdot C$ . Benutzt man beim Wien-Oszillator ein Doppel-Potentiometer ( $R1 = R2$ ) bzw. einen Doppel-Drehkondensator ( $C1 = C2$ ), so kann man den Faktor **10** in der **Frequenzvariation** dadurch erhalten, dass man  $R1 = R2$  bzw.  $C1 = C2$  um den Faktor 10 variiert. Beim **LC-Oszillator** müsste dagegen L bzw. C um den Faktor **100** variiert werden, was technisch **nicht leicht** zu realisieren ist.
- Ein weiterer Vorteil ist, dass man sehr leicht **auch tiefe Frequenzen** (z.B. 1 Hz) realisieren kann. Dies würde beim LC-Oszillator sehr große L-Werte erfordern (teuer und wegen Hysterese nichtlinear!)

Dagegen hat der Wien-Oszillator den Nachteil, dass die **Sinusqualität** (zunächst) sehr bescheiden ist. Das soll bei den nachfolgenden Experimenten demonstriert werden. Der Grund für die schlechte Sinusqualität ist, dass die **Filterwirkung des Wien-Gliedes** sehr wenig ausgeprägt ist: Geht  $u_A$  in die Begrenzung, so enthält  $u_A$  Oberschwingungen und diese werden infolge der **schlechten Trennschärfe des Wien-Gliedes** nur wenig abgeschwächt. (Man vergleiche dagegen die sehr gute Filterwirkung des Parallel-LC-Kreises, s. Punkt 3.4).

**Um beim Wien-Oszillator gute Sinusqualität zu erreichen, muss man dafür sorgen, dass die Amplitude der Sinusschwingung stabilisiert wird, ohne aber in die Begrenzung zu gelangen. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten:**

**Regelung der Amplitude:** Messung der Amplitude durch Gleichrichtung, Bildung der Regelabweichung und Beeinflussung eines "Stellgliedes" gemäß PID-Regelung. Als Stellglied kommt z.B. die Kanal-Strecke eines Feldeffekt-Transistors in Frage.

**Verwendung einer Wolfram-Glühlampe** als Widerstand **R3** (in Schaltung 4.3): Bei zu **groß** (kleiner) Amplitude  $u_A$  wird die Glühlampe **wärmer** (kälter), dadurch **steigt** (fällt) ihr Widerstand R3, folglich wird der **Verstärkungsfaktor**  $V = 1 + R4/R3$  **kleiner** (größer), folglich wird die Amplitude wieder **kleiner** (größer) und stabilisiert sich auf einen etwa konstanten Wert. Nach diesem Prinzip sind viele **kommerzielle Wien-Oszillatoren** aufgebaut. Sie haben **ausgezeichnete Sinusqualität**! Das Problem ist, eine geeignete Glühlampe zu finden. Infolge der **Wärmeträgheit der Glühlampe** ist der Stabilisierungsvorgang allerdings mit **Regelschwingungen** verbunden.

**Verwendung eines Dioden-Netzwerks** zur "weichen" Begrenzung: Dies Prinzip soll hier ausprobiert werden, s. unten Punkt e.

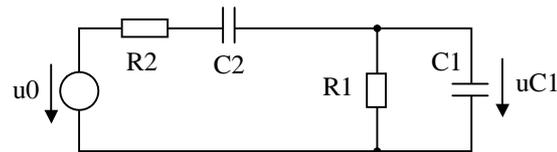
## 4.5 Experimente zur Sinusform beim Wien-Oszillator

### a. Selbsterregung mit Schaltung wie 4.3.

Verstärkung  $V = 1 + R_4/R_3$  so groß einstellen, dass **uA längere Zeit in Begrenzung** ist. Skizzieren der Schwingungsform von  $u_A$  und  $u_C$  (nach Möglichkeit Messen mit Digitaloszi und Tephys zwecks FFT). Z.B.  $R_1 = R_2$  etwa 20 kOhm,  $C_1 = C_2$  etwa 100 nF.

Notieren der Versuchsparameter, insbesondere  $R_4/R_3$  und der sich ergebende Frequenz (zwecks Simulation mit Tephys)

### b. Fremderregung mit $u_0 = \text{Sinus}$ aus Funktionsgenerator:



Gleiche Werte  $R_1, R_2, C_1, C_2$  wie bei a. Messung der Amplitude (und grob auch der Phasenwinkel) von  $u_1$  bei Resonanzfrequenz  $f_0$  und bei den Frequenzen  $2 \cdot f_0, 3 \cdot f_0, 4 \cdot f_0, 5 \cdot f_0$ . Auftragung der Amplitudenverhältnisse  $u_1(\text{bei } n \cdot f_0) / u_1(\text{bei } f_0)$  und der Phasenwinkel als Funktion der Frequenz.

### c. Fremderregung mit $u_0 = \text{Rechteck}$ .

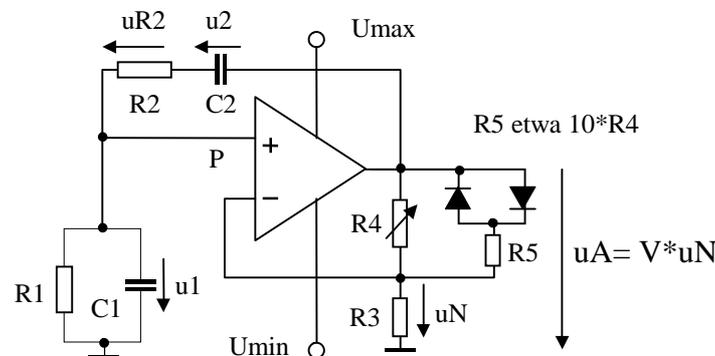
Schaltung und Werte wie bei b. Frequenz = Resonanzfrequenz  $f_0$ . Skizzieren von  $u_0$  und  $u_1$  (ev. Messen mit Digitaloszi und Tephys und dann FFT), **Diskussion der "Sinus-Qualität"** von  $u_C$  anhand der Amplitudenverläufe von b: Man denke sich die Rechteck-Funktion  $u_0$  als **Fourier-Reihe** dargestellt. Die Teilschwingungen dieser Fourier-Reihe werden durch die Bandpass-Wirkung der Schaltung gemäß den gemessenen Amplitudenverläufen geschwächt.

### d. Simulation mit Tephys bezüglich Sinusform (zu Hause):

Programm von Punkt 4.2: Simulieren Sie die bei 4.4 a gemessenen Beispiele zur Selbsterregung (mit  $u_A$  in Begrenzung). Hinweis: Um die **"richtigen" Startwerte** für  $u_1$  und  $u_2$  zu bekommen, starten Sie zunächst bei z.B.  $u_1 = 2, u_2 = 0$  und lassen so lange rechnen, bis der "Einschwing-Vorgang" abgeschlossen ist, bis sich also die Amplitudenwerte nicht mehr ändern. Dann entnehmen Sie mittels Cursor für irgendeinen Zeitpunkt im "eingeschwungenen" Zustand zusammengehörige Werte von  $u_1$  und  $u_2$ . Diese nehmen Sie als neue Startwerte.

Von den so gewonnenen Zeitverläufen von  $u_1$  und  $u_A$  lassen Sie die Spektren berechnen und entnehmen Sie daraus die Amplituden der Teilschwingungen von  $u_A$  und  $u_1$ . Diskussion der Ergebnisse anhand der gemessenen Amplitudenverläufe von Punkt 4.5 b.

### e. Verbesserung des Sinusqualität durch Dioden-Begrenzungs-Netzwerk (Vgl. Pkt. 4.4)



#### Zur Wirkung der Dioden:

Bei kleiner Amplitude  $u_A$  sperren die Dioden, folglich ist der Verstärkungsfaktor  $V_0 = 1 + R_4/R_3$ . Damit die Schwingungen überhaupt angefangen werden, muss  $V_0$  größer sein als für konstante Amplitude erforderlich, also größer als  $1 + R_2/R_1 + C_1/C_2$  (vgl. Gl.4.3). Wenn die Amplitude so groß ist, dass die Dioden (etwas) leiten, wird dem Widerstand  $R_4$  ein großer Widerstand parallel geschaltet, folglich nimmt der

Verstärkungsfaktor etwas ab. Je höher die Amplitude  $u_A$ , umso besser leiten die Dioden, umso mehr nähert sich also der Verstärkungsfaktor dem Wert  $1 + (R_4 \text{ parallel } R_5)/R_3$ .

Durch passende Einstellung des variablen Widerstands  $R_4$  kann man erreichen, dass  $u_A$  nahezu sinusförmig schwingt. Nachteil dieses Netzwerks: Wenn zur Frequenzänderung die bei den Widerstände  $R_1, R_2$  nicht exakt gleichartig geändert werden, bleibt zwar die Sinusform zufriedenstellend, aber die **Amplitude** ändert sich. In dieser Hinsicht ist ein Regelkreis oder die Schaltung Glühlampe besser, allerdings dauert es dort einige Zeit, bis sich der neue Zustand eingestellt hat ("Regelschwingungen").

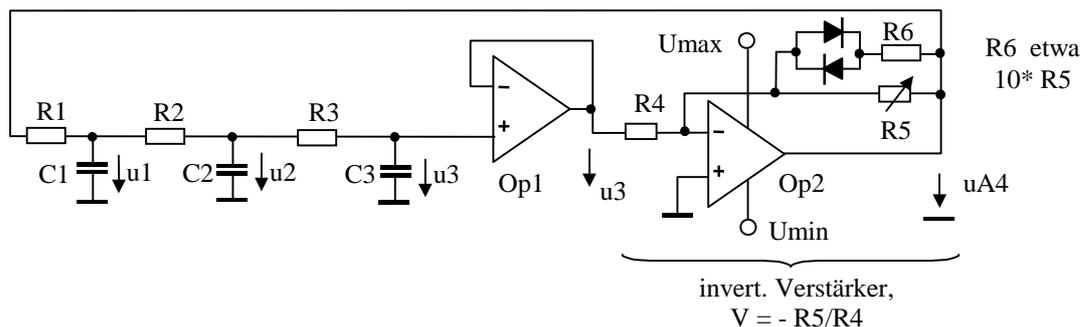
#### Experimente mit dem Dioden-Netzwerk:

Einstellen des Stellwiderstands  $R_4$  so, dass sehr gute Sinusqualität resultiert. Falls Zeit vorhanden: Frequenzanalyse mit Hilfe von Tephys (oder mit geeignetem Spektrum-Analysator). Mit  $R_1, R_2$  aus Doppel-Potentiometer: Durch Widerstandsänderung Änderung der Frequenz um den Faktor 10 (bei konstanten  $C_1, C_2$ ), Beobachten der Amplituden  $u_A$  und  $u_1$ . Leider bleiben die Amplitude nicht konstant (warum eigentlich nicht?). Vergleiche die bezüglich der Amplitudenkonstanz bessere Schaltung 5.3.

## 5. Einige weitere RC-Oszillatoren

Nachfolgend einige Anregungen für „Feinschmecker“. Dazu sollen nur die Schaltungen angegeben und einige Eigenschaften behauptet werden. Wer will und kann, möge sich damit beschäftigen.

### 5.1 Tiefpasskette aus 3 RC-Gliedern



Man wird erkennen, dass die **Sinusform von  $u_3$  auch dann noch recht gut ist, wenn  $u_A$  in Begrenzung ist (Vorteil gegenüber Wien-Oszillator)**. Warum ist das so? Weil die in  $u_A$  enthaltenen Oberwellen durch die Tiefpasswirkung des Netzwerks stark abgeschwächt werden:  $u_3$  ist bezüglich  $u_A$  ein Tiefpass 3. Ordnung, die Abschwächung erfolgt also proportional  $1/(f^3 \cdot f)$ , beim Wien-Oszillator dagegen nur proportional  $1/f$ .

Noch besser wird die Sinusform bei Verwendung des Dioden-Netzwerks.

**Einziger Nachteil** der Schaltung: Man benötigt zur Frequenzvariation ein **Dreifach-Potentiometer**, solche gibt es nicht so leicht wie Doppelpotentiometer.

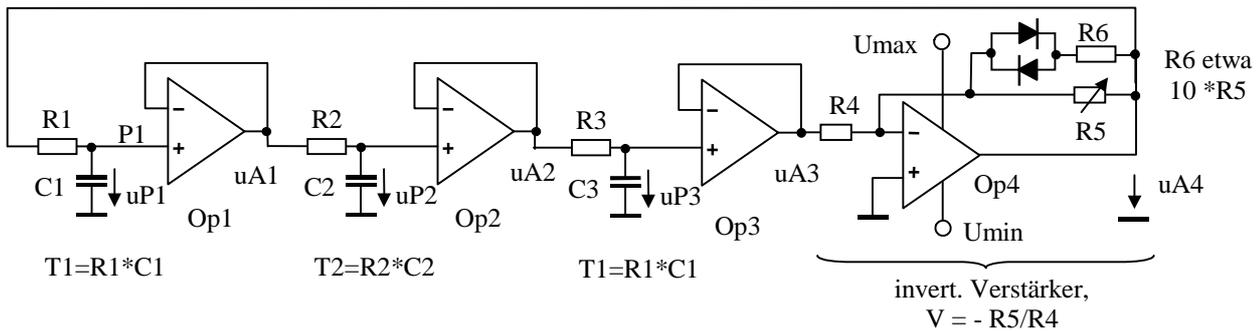
**Auch hier natürlich wieder Tephys:**

- 1:  $u_A = \text{begr}(V \cdot u_3, \text{max}, \text{min})$  <----- V negativ !
- 2:  $u_1 = u_1 + ((u_A - u_1)/R_1 - (u_1 - u_2)/R_2) \cdot dt / C_1$
- 3:  $u_2 = u_2 + ((u_1 - u_2)/R_2 - (u_2 - u_3)/R_3) \cdot dt / C_2$
- 4:  $u_3 = u_3 + (u_2 - u_3)/R_3 \cdot dt / C_3$
- 5:  $t = t + dt$

**Vorschläge:**

$V$  so groß, dass  $u_A$  deutlich in Begrenzung, Beobachtung der Sinusqualität (aus Zeitverlauf, besser aus Spektrum) von  $u_1, u_2, u_3$ . Erkenntnis?

## 5.2 Tiefpasskette aus 3 entkoppelten RC-Tiefpässen

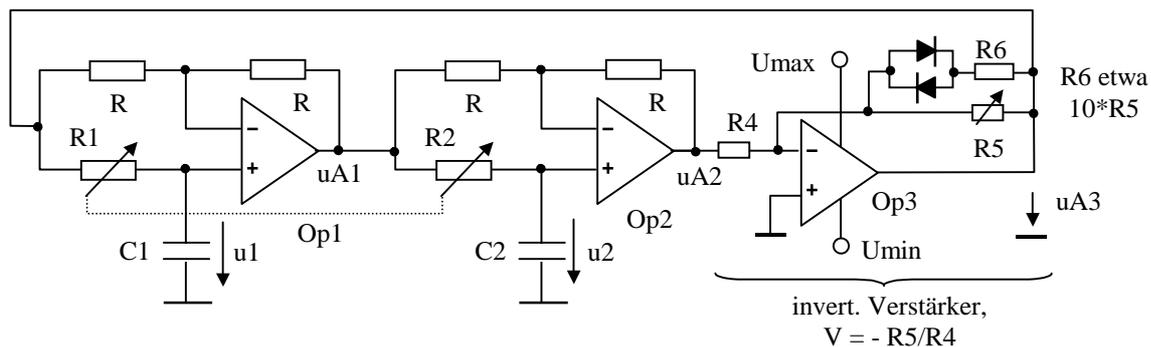


Da die Tiefpasswirkung infolge der Entkopplung noch besser ist als bei der einfachen RC-Kettenschaltung (5.1), ist die **Sinusqualität noch besser!** Nach wie vor der Nachteil: Dreifachpotentiometer !

Und wieder das beliebte Tephys:

- 1:  $u_A = \text{begr}(V \cdot u_3, \text{max}, \text{min})$
- 2:  $u_1 = u_1 + (u_A - u_1) \cdot dt / (R_1 \cdot C_1)$
- 3:  $u_2 = u_2 + (u_1 - u_2) \cdot dt / (R_2 \cdot C_2)$
- 4:  $u_3 = u_3 + (u_2 - u_3) \cdot dt / (R_3 \cdot C_3)$
- 5:  $t = t + dt$

## 5.3 Sinus-Cosinus-Generator mit 2 Phasenschiebern



Die Schaltung besteht aus der Kettenschaltung von **zwei Phasenschiebern** und einem invertierenden Verstärker. Op1 macht nachteilende Phasenverschiebung  $\varphi_1$ , Op2 macht nachteilende Phasenverschiebung  $\varphi_2$ , insgesamt entsteht also die Phasenverschiebung  $\varphi_{ges} = \varphi_1 + \varphi_2$

Bei irgendeiner Frequenz (die man natürlich mit der komplexen Rechnung berechnen kann!) ist **die gesamte Phasenverschiebung = 180°**. Genau diese Frequenz wird mit dem Invertierer als  $u_{A3}$  gleichphasig auf den Eingang zurückgekoppelt. Da bekanntlich **die Phasenschieber die Amplitude unverändert lassen**, muss der invertierende Verstärker genau den Verstärkungsfaktor  $V = -1$  haben. Die Ungleichheit von  $R_1, R_2$  hat also zwar Einfluss auf die Frequenz und die Phase von  $u_{A1}$  und  $u_{A2}$ , aber nicht auf die Amplitude. Das ist gegenüber allen anderen hier behandelten Sinusoszillatoren ein großer Vorteil: Die Amplitude braucht bei Frequenz-Variation (mit  $R_1, R_2$ ) nicht "geregelt" zu werden, sie bleibt von selbst konstant.

Ein **weiterer Vorteil** der Schaltung: Es stehen zwei Sinus-Spannungen gleicher Amplitude, aber verschiedener Phase zur Verfügung:  $u_{A1}$  und  $u_{A2}$ . Wählt man insbesondere  $R_1 = R_2$  (Doppelpotentiometer), so sind  $u_{A1}$  und  $u_{A2}$  um 90° phasenverschoben, die Schaltung liefert also für jede Frequenz **gleichzeitig** den **Sinus** und den **Cosinus**.

**Kein Vorteil ohne Nachteil:** Die Sinusqualität muss wieder durch eine Hilfsschaltung erzwungen werden. Dazu eignet sich auch hier das bereits mit eingezeichnete Dioden-Netzwerk.

**Tephys** gefällig? Bitteschön. Allerdings gibt es da einige Probleme: Um "Hochfrequenzinstabilität" der Numerik zu vermeiden, wird der invertierende **Op3 als "realer OP"** simuliert:

**Op3:**  $uA3 = \text{Integral}(-uN3 * wT * dt)$  {vgl Zeile 6 }  
mit  $wT = \text{"Transit-Kreisfrequenz"}$ , beim TL081:  $wT$  etwa  $30E6/\text{sec}$ . ( $30 * 10^6 / \text{sec}$ )

**1:**  $u1 = u1 + (uA3 - u1) * dt / (C1 * R1)$

**2:**  $uA1 = 2 * u1 - uA3$

**3:**  $u2 = u2 + (uA1 - u2) * dt / (C2 * R2)$

**4:**  $uA2 = 2 * u2 - uA1$

**5:**  $uN3 = (uA2 * R5 + uA3 * R4) / (R5 + R4)$  {  $uN3$  aus Knotensatz Pkt. N von Op3 }

**6:**  $uA3 = \text{begr}(uA3 - uN3 * wT * dt, \text{max}, \text{min})$  { Op3 als „realer“ Op simuliert }

**7:**  $t = t + dt$